

5. Impedanzmeßbrücken

Es gibt zwei verschiedene bedeutende Methoden die Impedanzen nach Real- und Imaginärteil von komplexen Bauteilen zu ermitteln. Entweder wird in einer komplexen Meßbrücke Betrag und Phase nach Nullabgleich in der Brücke selbst bestimmt, oder in modernen LCR-Metern werden elektronisch vektoriell Betrag und Phase von Spannung und Strom durch den Prüfling gemessen. In der höchstgenauen Meßtechnik sind die Handbrücken immer noch dominant. Es werden nicht alle Brückenschaltungen besprochen, die sich teilweise nur in kleinen Details unterscheiden.

5.1 Grundbrücke

Allgemein besteht eine solche Brücke aus einem Nullindikator, in Brückenschaltung angeordneten komplexen Widerständen einschließlich dem Prüfling mit mindestens zwei abgleichbaren Elementen für Real- und Imaginärteil und einen Wechselspannungsgenerator zur Brückeneinspeisung. Als Nullindikator wird vorzugsweise bei Wechselspannung ein selektives erdfreies Voltmeter, um Störsignale auszublenden, verwendet. Bei komplexen Größen gibt es die Parallelersatzschaltung das heißt Spannung als Bezugsgröße und Wirk- und Blindstrom oder Strom als Bezugsgröße und Wirk- und Blindspannung. Für eine komplexe einfache Brückenschaltung gelten die folgenden Gleichungen passend zu der Abbildung.

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \stackrel{!}{=} \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4} \quad (5.1)$$

$$\underline{Z}_1 * \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 * \underline{Z}_3 \quad (5.2)$$

Mit Real- und Imaginärteil je gleich folgt.

$$\underline{Z}_1 * \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 * \underline{Z}_3 \quad (5.3)$$

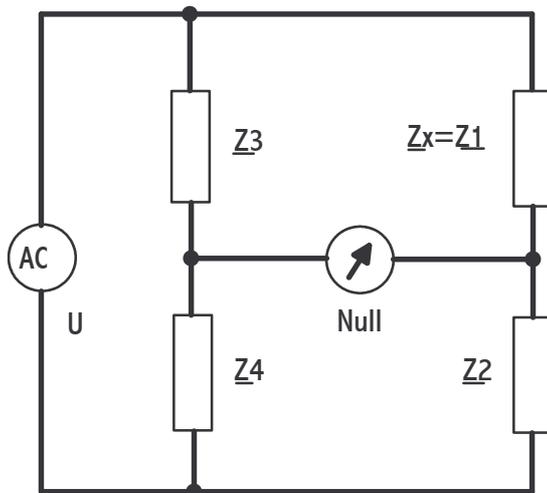
$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3 \quad (5.4)$$

$$\underline{Z} = Z * e^{j\varphi} \quad (5.5)$$

$$\underline{Z} = R + jX \quad (5.6)$$

$$\text{Re}\{\underline{Z}_1 * \underline{Z}_4\} = \text{Re}\{\underline{Z}_2 * \underline{Z}_3\} \quad (5.7)$$

$$\text{Im}\{\underline{Z}_1 * \underline{Z}_4\} = \text{Im}\{\underline{Z}_2 * \underline{Z}_3\} \quad (5.8)$$



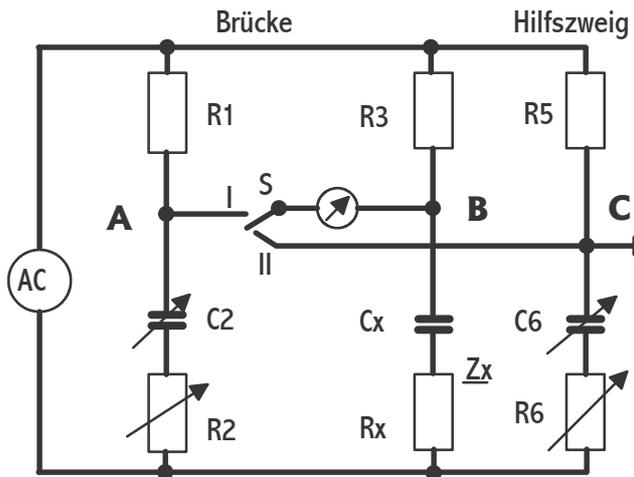
Die nun besprochenen Brückenschaltungen leiten sich alle aus der Grundbrücke mit Gleichung 5.1 bis 5.8 ab.

5.2 Wienbrücke

Die Wienbrücke dient der Kapazitätsmessung. Hier wird sie zusammen mit dem Wagner'schen Hilfszweig besprochen. Er kann auch in anderen Brückenschaltungen verwendet werden. Ohne Betrachtung des Hilfszweiges gilt mit Gleichung 5.2 Formel 5.9.

$$R_3 * (R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}) = R_1 * (R_X + \frac{1}{j\omega C_X}) \quad (5.9)$$

Mit Gleichung 5.7 und 5.8 folgt Gleichung 5.10 und 5.11 und daraus je 5.12 und 5.13 mit Gleichung 5.14.



$$R_2 \cdot R_3 = R_1 \cdot R_x \quad (5.10)$$

$$-\frac{R_3}{\omega C_2} = -\frac{R_1}{\omega C_x} \quad (5.11)$$

$$R_x = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_1} \quad (5.12)$$

$$C_x = C_2 \cdot \frac{R_3}{R_1} \quad (5.13)$$

$$\tan \delta_{\text{Serie}} = \omega R_x C_x = \omega R_2 C_2 \quad (5.14)$$

Es wird die Kapazität C_x in Serienschaltung bestimmt. Der Meßbereich liegt zwischen 100pF bis 100µF bei einer Genauigkeit von $1 \cdot 10^{-3}$. Wenn C_2 eine Spule ist,

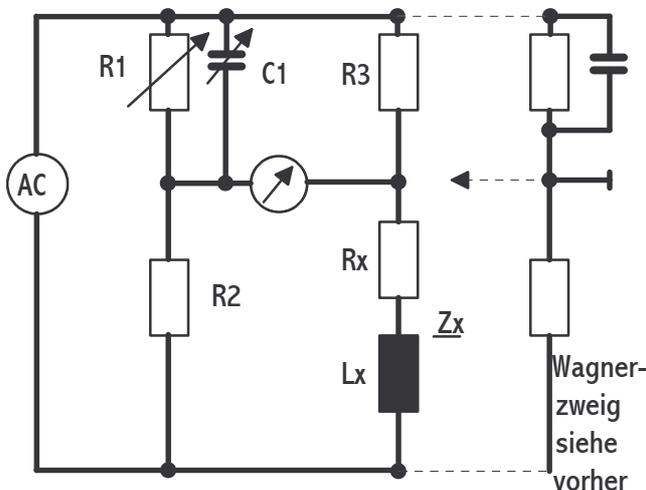
kann man so auch Induktivitäten messen. Da Präzisionsspulen schwerer herzustellen sind und größer in der Konstruktion ausfallen, benutzt man statt dessen lieber die Maxwell-Wien-Brücke. Parasitäre Kapazitäten und Ableitungen einzelner Brückenteile gegen Erde beeinflussen den wahren Wert der Kapazität Z_x . Um das zu verhindern, wird mit der Hilfsbrücke B-C der Punkt B auf Erdpotential gebracht. Wenn nun auch die Hauptbrücke A-B abgeglichen ist, liegen die Punkte A, B, C virtuell auf Masse und es können so im Detektorkreis keine Leckströme gegen Erde auftreten. Ein ähnliches Prinzip wird auch bei der Guardtechnik angewendet. Die äußeren Brückenpunkte sind unempfindlich, da hier die Generatoreinspeisung niederohmig stattfindet. In der Präzisionsmeßtechnik kommen zudem voll abgeschirmte Koaxialbrücken zum Einsatz. Der Wagner'sche Hilfszweig kann auch bei der Whestone Brücke (Gleichspannungswiderstand) zur Kompensation von Leckströmen eingesetzt werden.

5.3 Maxwell-Wienbrücke

Eine Möglichkeit Induktivitäten in Serienschaltung zu messen bietet die Maxwell-Wien-Brücke. Für den Abgleich gelten die folgenden beiden Gleichungen.

$$L_x = C_1 R_2 R_3 \quad (5.15)$$

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad (5.16)$$

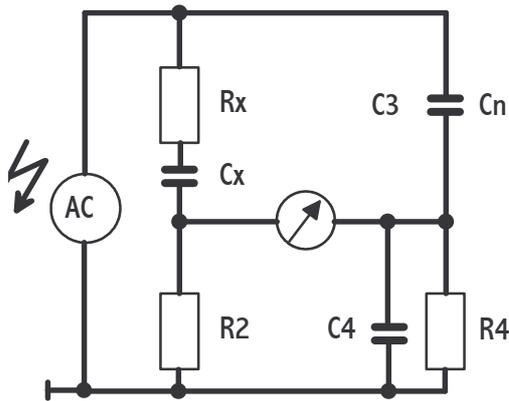


Auf spezielle Abschirmtechniken der Brückenteile wird hier nicht eingegangen. Die Güte Q wird mit Gleichung 5.17 ausgedrückt.

$$\frac{1}{Q} = \tan \delta_x = \frac{R_x}{\omega L_x} = \frac{1}{\omega C_1 R_1} \quad (5.17)$$

Es sind mit dieser Brückenkonstruktion Induktivitäten von 1µH bis 1000H meßbar.

5.4 Scheringbrücke



Um Kapazitäten auch bei hohen Spannungen zu prüfen, gibt es die Schering-Meßbrücke. Es ist auch möglich Induktivitäten in Kombination mit C_0 zu messen. Von dieser Brücke gibt es mehrere Varianten von denen eine mit Formeln (5.18; 5.19) und Schaltbild vorgestellt wird. Es lassen sich von Kabel, Isoliermaterial und Kondensatoren von beispielsweise 1pF bis 1µF ($C_N=100\text{pF}$) überprüfen. Eine Bestimmung vom $\tan \delta$ ist zwischen 0.5 und $1 \cdot 10^{-5}$ mit bis zu 800 KV_{eff} möglich.

$$\tan \delta_X = \omega R_4 C_4 \quad (5.18)$$

$$C_X = C_3 * \frac{R_4}{R_2 * (1 + \tan^2 \delta_X)} \approx C_N * \frac{R_4}{R_2} \quad (5.19)$$

Mit Vierkapazitäts- bzw. Vierinduktivitätsbrücken lassen sich kleine C/L-Werte überprüfen.

5.5 Wien-Robinsonbrücke

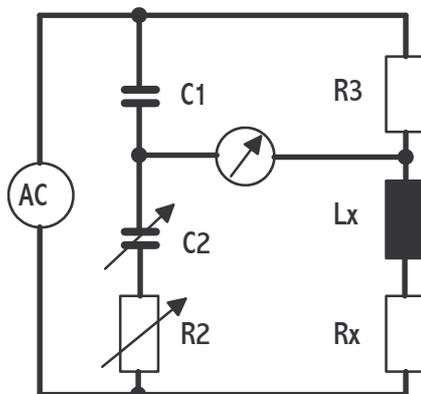
Die Wien-Robinson-Brücke läßt sich nur bei einer Frequenz abstimmen. Es gilt bei Gl. 5.1: $Z_3=R_3=2 * R_4$; $Z_4=R_4$; $Z_1=R_1+1/(j\omega C_1)$ [seriell]; $Z_2=R_2 // 1/(j\omega C_2)$ [parallel]. Für den Abgleich mit $R_1=R_2=R$ und $C_1=C_2=C$ folgt Gl. 5.20.

$$\omega = \frac{1}{RC} \quad (5.20)$$

Diese Brückenschaltung ist im Wiengenerator, einem reinen Sinusgenerator, enthalten.

5.6 Owenbrücke

Eine sehr gebräuchliche Induktivitätsmeßbrücke ist die Owenbrücke. Sie mißt Induktivitäten von 1µH bis 100H in Serienschaltung. Ihr Aufbau ist ähnlich dem der Haybrücke. Es gibt sie auch in Parallelschaltung, dann liegen die beiden Normale R_2 und C_2 auch parallel.



Serienschaltung

$$L_{X_S} = R_2 R_3 C_1 \quad (5.21)$$

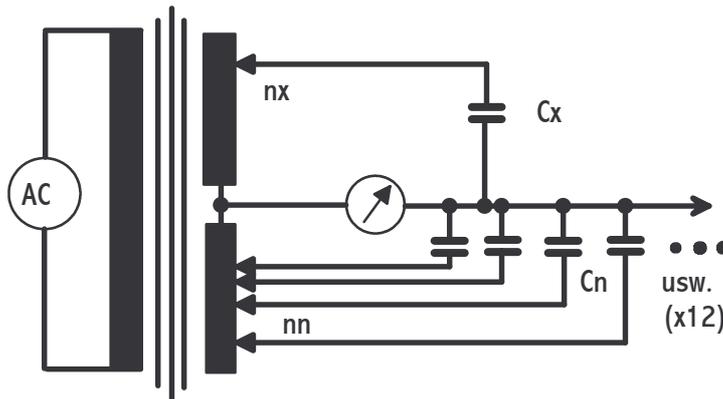
$$R_{X_S} = R_3 * \frac{C_1}{C_2} \quad (5.22)$$

$$Q = R_2 C_2 \omega \quad (5.23)$$

Die Gleichungen 5.21 bis 5.23 gelten wieder für den Abgleich, das heißt, das das Nullinstrument in der Brücke keinen Ausschlag mehr zeigt (Minimum). Ein Beispiel für eine solche Brücke ist der Typ 1632A der Firma Genrad.

5.7 Ratiotransformerbrücke

Eine etwas anders aufgebaute, aber sehr genaue Meßbrücke ist die Ratio(Verhältnis)transformer-Brücke Typ 1620A der Firma Genrad für Kapazitätsmessungen im Unsicherheitsbereich von <0.02%. Hier dienen induktive abgreifbare Teiler (Transformer) und Normalkondensatoren zur Schaffung eines Brückengleichgewichts. Es wird C_X an n_X mit C_{N1} bis C_{N12} verglichen. Es sind also 12 Normalkondensatoren von 1nF bis 100nF nötig. Die Messung des Verlustfaktors G_X geht ähnlich über Widerstandsnormale. Auch hier wird wieder auf Minimum der Anzeige abgeglichen. Mit der Einstellung n_X zu n_N wird der Wert einer Ziffer des gesuchten Kondensators oder ein Faktor eingestellt. Die Kondensatoren C_N sind je für eine Stelle der Ziffern in der Gesamtzahl verantwortlich. Auch hier gilt, das an der linken Seite(n) eingestellte Spannungsverhältnis



muß dem auf der rechten Seite, durch den Strom durch die Kondensatoren erzeugtem Spannungsverhältnis, entsprechen. Die Transformatoren bestehen aus hochpermeablen Ringkernen bei denen die frequenzabhängige Maximalspannung beachtet werden muß. Die oben angegebene Grundgenauigkeit kann durch Substitutionsmessungen auf $1 \cdot 10^{-7}$ gesteigert werden. Das Ratiomeßsystem ist sehr stabil wegen der sich nicht ändernden Windungszahlverhältnissen und bei Verwendung guter Kondensatoren (C_N). Wenn man für die Detektierung einen zweiten Transformator benutzt, kommt man mit nur einem Kapazitätsnormal aus. Zudem sind dann Meßkreis, Detektorkreis und Generator galvanisch voneinander getrennt. Es gilt dann Gleichung 5.24.

$$Z_X = \frac{N_X}{N_N} * \frac{n_X}{n_N} * Z_N \quad (5.24)$$

Diese Meßbrücken arbeiten zwischen 80Hz und 10kHz und bis zu 30V Meßspannung in den kleinen Bereichen, wobei die besten Ergebnisse um 1kHz zu erwarten sind.

5.8 Elektronische Brücke

Unter die RLC-Meßbrücken fallen die analog elektronischen und digital elektronischen Meßgeräte zur Bestimmung von komplexen Bauelementen. Die einfachste Möglichkeit ist eine normale Brückenschaltung so automatisch abzugleichen, daß die Detektorspannung fast zu Null wird. Detektorspannung = 0 => Stromsumme am Knoten K = 0. Für die Gleichungen gilt dann 5.25 bis 5.27.

$$U_0 * (G_X + j\omega C_X) - U_0 * K_1 * j\omega C_N - U_0 * K_2 * G_N = 0 \quad (5.25)$$

$$G_X = K_2 * G_N \quad (5.26)$$

$$C_X = K_1 * C_N \quad (5.27)$$

5.9 Vektorbrücke

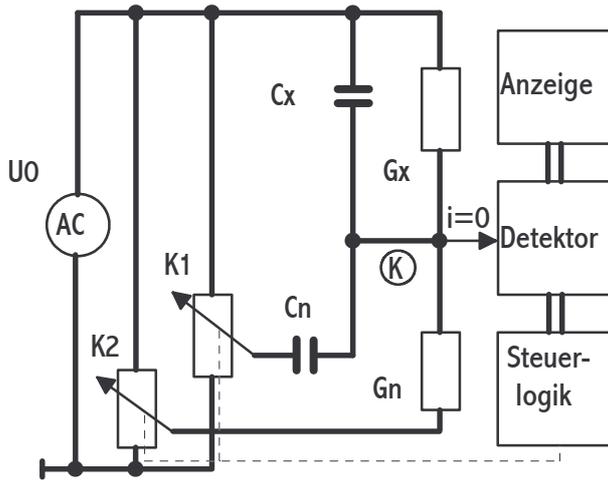
Eine oft verwendete Methode von LCR-Meßgeräten und Impedanz-Analysatoren ist das Vektor-Voltmeter-Verfahren über eine Strom- Spannungsmessung. Mit $U_D=0$, die Differenzeingangsspannung am Operationsverstärker.

$$\underline{U}_2 = \underline{i} * R_N = \underline{U}_1 / \underline{Z}_X * R_N \quad (5.28)$$

mit $\underline{i} = \underline{U}_1 / \underline{Z}_X$

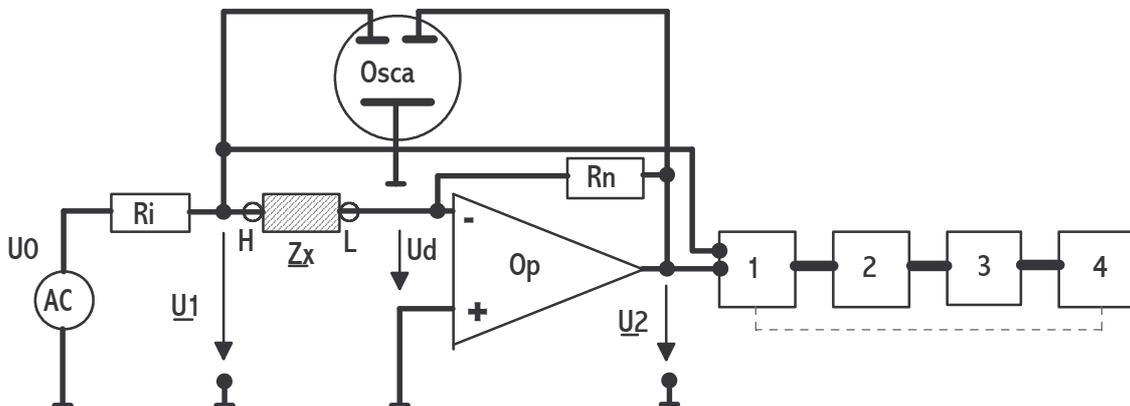
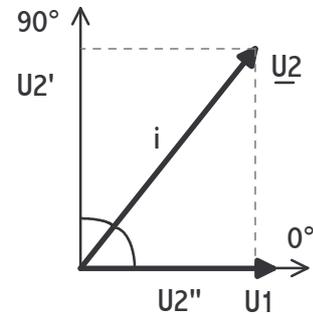
$$\frac{|\underline{U}_1|}{|\underline{U}_2|} = \frac{|\underline{Z}_X|}{R_N} \quad (5.29)$$

$$\varphi_X = \varphi_{U1} - \varphi_{U2} + 180^\circ \quad (5.30)$$



Der Betrag kann mit einem hochohmigen Digitalmultimeter und die Phase mit einem Oszilloskop gemessen werden. In einem digitalen LCR-Meter werden die Blöcke 1 bis 4 verwendet. Hier werden die Spannungen \underline{U}_1 und \underline{U}_2 vektoriell nach Betrag und Phase erfaßt und dann nach Wunsch in verschiedenen umgerechneten Größen zur Anzeige gebracht.

Dazu ermittelt der Phasendetektor (1) die 0° und 90° Komponenten der Spannung \underline{U}_2 mit dem Bezug von \underline{U}_1 zum Beispiel 0° , die dann in den weiteren Blöcken verarbeitet werden. An einem beispielhaften Modell wird der Ablauf hier beschrieben. $\underline{Z}_X = G_X + j\omega C_X$ mit Gl. 5.28 $\Rightarrow U_2' = \underline{U}_1 * j\omega C_X * R_N$ (imaginär ; 90°) und $U_2'' = \underline{U}_1 * G_X * R_N$ (real ; 0°) $\Rightarrow \underline{U}_2 = U_2'' + U_2'$. \underline{U}_1 wird gemessen und als Referenz zur Bestimmung von U_2'' und U_2' benutzt. So gilt mit der 90° -Gleichung $U_2' / \underline{U}_1 = j\omega C_X * R_N$, woraus sich C_X dann berechnen läßt. Über feste Zeiten wird der Integrator (2) mit einer der Meßspannungen aufgeladen und dann wieder definiert mit einer Spannung bei verschiedenen Zeiten auf Null entladen. Dieses Null wird vom Nulldetektor (3) erkannt und zur logischen



Verarbeitung an den letzten Baustein (4) weitergegeben. Diese Meßmethode ist bei HP genau so und bei ESI in abgewandelter Version in automatischen LCR-Brücken im Gebrauch.

5.10 Andere Verfahren und Messungen

Bei Messungen mit höheren Frequenzen (>10 MHz) können Impedanzen auch über eine Reflexionsfaktormeßbrücke ermittelt werden. Es wird dann eine Referenzspannung mit einer Spannung, die dem Reflexionsfaktor proportional ist, verglichen und weiter ausgewertet. $U_M \sim r * U_{ref}$.

$$Z_X = R * \frac{1+r}{1-r} \quad (5.31)$$

Wie die Reaktanzkarte für LCR-Messungen zeigt, ist der Impedanzbereich sehr groß (100µOhm bis 10MOhm). Einfache Zweidrahtmessungen sind bestenfalls zwischen 10 Ohm und 100kOhm möglich. Um im ganzen Bereich zuverlässige Ergebnisse zu bekommen, muß ähnlich wie bei Widerständen vierpolig gemessen werden und über 1MOhm sollte auch die Abschirmung (Guard) mit verwendet werden. Dies trifft um so mehr bei höheren Frequenzen zu. Genauere Meßhinweise befinden sich in den Kapiteln zu den einzelnen Meßgrößen (Widerstand, Kondensator, Spule).

5.11 Meßtechnik

Zur Korrektur von Messungen an elektronischen Brücken ist außer der OPEN- und SHORT-Kalibrierung der Fehler, der durch einen nicht idealen Kurzschluß entsteht, zu beachten. Bei einem Nullwiderstand (R_0) und einer Widerstandsanzeige (R_{Anz}) gilt für den gemessenen Wert (R_X) die Gleichung 5.32.

$$R_X = R_{Anz} + R_0 \quad (5.32)$$

Bei der Kalibrierung einer Brücke mit einem bekannten Widerstand (R_N) interessiert der auf den Nennwert umgerechnete ermittelte Wert, der dem Nennwert bei einer guten Brücke sehr nahe kommt. Für die Anzeige von Gleichung 5.32 tritt nun eine korrigierte Anzeige (R_{Anzk}) auf.

$$R_{Anzk} = R_{Anz} - (R_N - R_{Nenn}) \quad (5.33)$$

Es ist bei Anwendung von Gleichung 5.33 R_{Anzk} statt R_{Anz} in Gleichung 5.32 einzusetzen.

Beispiel: $R_0=0,001\text{Ohm}$; $R_{Anz}=10,004\text{Ohm}$; $R_N=10,003\text{Ohm}$; $R_{Nenn}=10\text{ Ohm}$. Es werden beide Gleichungen angewendet, da eine Brücke kalibriert wird. Mit Gleichung 5.33 gilt: $10,001=10,004-(10,003-10)$. Wert von 5.33 in 5.32 ergibt: $10,002=10,001+0,001$. Die Brücke mißt umgerechnet einen Widerstand von 10,002 Ohm, das sind 0,002 Ohm zu viel. Die Meßabweichung beträgt daher +0,02%.

Diese Berechnungsmethoden gelten auch für andere Widerstandswerte, wobei sich der Nullwiderstand bei größeren Werten nicht mehr signifikant bemerkbar macht und daher vernachlässigt werden kann.

5.12 Kalibrierung der Meßeinrichtung

Die Messeinrichtungen zur Ermittlung von Widerständen, Kapazitäten und Induktivitäten müssen regelmäßig überprüft werden. Die entsprechenden Messunsicherheitsbetrachtungen werden folgend dargestellt.

5.12.1 Kalibrierung mit Widerständen

Zur Kalibrierung der Meßeinrichtung, zum Beispiel eines DVM, wird mit einem Bezugsnormale eine Messung durchgeführt. Nach der Kurzschlusskalibrierung, ist aus sechs Anzeigen der Mittelwert 100,00206 Ohm mit einer relativen Standardabweichung von $4,4 \cdot 10^{-7}$ in einer Beispielmessung ermittelt worden. So läßt sich mit der Modellgleichung die Unsicherheitstabelle erstellen. Bei diesem Aufbau ist die Meßeinrichtung der Prüfling.

Für die Modellfunktion gilt:

$$R_{Diff} = A_N + \delta A_{R0} - R_N^{\#} + \delta A_{uf} + \delta V_{erf} \quad (5.34)$$

$$\frac{\partial R_{Diff}}{\partial A_N} = 1 = c_1 \quad (5.35)$$

$$\frac{\partial R_{Diff}}{\partial \delta A_{R0}} = 1 = c_2 \quad (5.36)$$

Die Ergebnisse für die anderen Sensitivitätskoeffizienten werden ähnlich bestimmt. Die Funktionsgleichung 5.34 auf dieses Beispiel angewendet, ergibt das folgende Messunsicherheitsbudget:

Größe (X _i)	Schätzwert (x _i)	Standardmeßunsicherheit u(x _i)	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient c _i	Unsicherheitsbeitrag u _{i(y)}
R _N	100,002220hm	$3 \cdot 10^{-6} / 2 \cdot 100,0020hm$	Normal	c ₃ = -1	$-1,5 \cdot 10^{-4}$ Ohm
δu_{x1}	0	$1,4 \cdot 10^{-7} / \sqrt{3} \cdot 100,002$ Ohm	Recht.	c ₃ = -1	$-8,1 \cdot 10^{-6}$ Ohm
δu_{x2}	0	$2 \cdot 10^{-6} / \sqrt{3} \cdot 100,002$ Ohm	Recht.	c ₃ = -1	$-6,7 \cdot 10^{-5}$ Ohm
A _N	100,002060hm	$4,4 \cdot 10^{-7} / \sqrt{6} \cdot 100,002$ Ohm	Normal	c ₁ = 1	$1,8 \cdot 10^{-5}$ Ohm
δA_{R0}	0	0,00001 Ohm/ $\sqrt{3}$	Recht.	c ₂ = 1	$5,8 \cdot 10^{-6}$ Ohm
δA_{uf}	0	$5 \cdot 10^{-8} / \sqrt{3} \cdot 100$ Ohm	Recht.	c ₄ = 1	$2,9 \cdot 10^{-6}$ Ohm
δV_{erf}	0	0,00001 Ohm/ $\sqrt{3}$	Recht.	c ₅ = 1	$5,8 \cdot 10^{-6}$ Ohm
R_{Diff}	-0,000165 Ohm	-	-	-	$1,70 \cdot 10^{-4}$ Ohm

Erweiterte Meßunsicherheit mit k=2: $U = 2 \cdot 0,00017$ Ohm = 0,00034 Ohm

Vollständiges Meßergebnis: $R_p = (-0,000165 \pm 0,00034)$ Ohm

Das Ergebnis sagt aus, dass das DVM um 0,000165 Ohm bei einem Meßwert von 100 Ohm zu niedrig mißt.

5.12.2 Kalibrierung mit Kapazitätsnormalen

Für die Modellfunktion gilt:

$$C_{Diff} = W_N - C_0 - C_N^{\#} + \delta A_u + \delta A \quad (5.37)$$

mit:

$$\frac{\partial C_{Diff}}{\partial W_N \partial A u \partial \delta A} = 1 = c_1 = c_4 = c_5 \quad (5.38)$$

$$\frac{\partial C_{Diff}}{\partial C_0 / C_N} = -1 = c_2 = c_3 \quad (5.39)$$

Au [$1 \cdot 10^{-6}$] ist die Auflösung der Meßbrücke.

Die Funktionsgleichung 5.37 auf ein Beispiel mit einer relativen Standardabweichung von $8,9 \cdot 10^{-6}$ bei 5 Messungen angewendet ergibt das folgende Messunsicherheitsbudget.

Größe (X _i)	Schätzwert (x _i)	Std.Meßuns. u(x _i)	Verteilung	Sens.Koef. c _i	Uns.beitrag u _{i(y)}
C _N	10,001 nF	$5 \cdot 10^{-5} / \sqrt{2} \cdot 10,001$ nF	Normal	c ₃ = -1	$-2,5 \cdot 10^{-4}$ nF
δu _{x2}	0	$6 \cdot 10^{-5} / \sqrt{3} \cdot 10,001$ nF	Recht.	c ₃ = -1	$-3,46 \cdot 10^{-4}$ nF
δu _{x3}	0	$3,5 \cdot 10^{-5} / \sqrt{3} \cdot 10,001$ nF	Recht.	c ₃ = -1	$-2,02 \cdot 10^{-4}$ nF
δu _{x4}	0	$1 \cdot 10^{-5} / \sqrt{3} \cdot 10,001$ nF	Recht.	c ₃ = -1	$-5,77 \cdot 10^{-5}$ nF
δu _{x5}	0	$5 \cdot 10^{-6} / \sqrt{3} \cdot 10,001$ nF	Recht.	c ₃ = -1	$-2,89 \cdot 10^{-5}$ nF
W _N	10,00074 nF	$8,9 \cdot 10^{-6} / \sqrt{5} \cdot 10,0007$ nF	Normal	c ₁ = 1	$3,89 \cdot 10^{-5}$ nF
C ₀	0,00027 nF	$0,00005 \text{ nF} / \sqrt{3}$	Recht.	c ₂ = -1	$-2,9 \cdot 10^{-5}$ nF
δAu	0	$1 \cdot 10^{-6} / \sqrt{3} \cdot 10,0007$ nF	Recht.	c ₄ = 1	$5,8 \cdot 10^{-6}$ nF
δA	0	$0,00001 \text{ nF} / \sqrt{3}$	Recht.	c ₅ = 1	$5,8 \cdot 10^{-6}$ nF
C _{Diff}	-0,00053 nF	-	-	-	$4,792 \cdot 10^{-4}$ nF

Erweiterte Meßunsicherheit: U=0,000958 nF

Vollständiges Meßergebnis: (-0,00053 ± 0,000958) nF

Das Ergebnis sagt aus, daß die Meßbrücke um 0,00053 nF bei einem Meßwert von 10 nF zu niedrig mißt.

Die Meßunsicherheit für die Kalibrierung von Kapazitätsmeßgeräten entspricht der Bereithaltung der Kapazitätsnormale plus der Einflüsse die bei der Messung am Prüfling entstehen, wie zum Beispiel die Standardabweichung oder auch die Wirkungen der Anschlußtechnik. Hier sind besonders bei kleinen Kapazitätswerten die Nullkapazitäten (C₀) zu beachten.

5.12.3 Kalibrierung mit Induktivitätsnormalen

Zur Kalibrierung der Meßeinrichtung, also der LCR-Meßbrücke, wird mit einem Bezugsnormale eine Messung durchgeführt. Nach der Short-Open Kalibrierung (A_{No} = 0) der Brücke, ist aus sechs Anzeigen der Mittelwert 99,99987 mH bei 1kHz mit einer relativen Standardabweichung von $1,5 \cdot 10^{-6}$ in einer Beispielmessung ermittelt worden. So läßt sich mit der Modellgleichung die Unsicherheitstabelle erstellen. Bei diesem Aufbau ist die Meßbrücke der Prüfling.

Für die Modellfunktion gilt:

$$L_{Diff} = A_N - A_{No} - L_N^{\#} + \delta A_{uf} + \delta A_{ns} \quad (5.40)$$

mit:

$$\frac{\partial L_{Diff}}{\partial A_N} = 1 = c_1 \quad (5.41)$$

$$\frac{\partial L_{Diff}}{\partial A_{No}} = -1 = c_2 \quad (5.42)$$

Die Ergebnisse für die anderen Sensitivitätskoeffizienten werden ähnlich bestimmt.
 Die Funktionsgleichung 5.40 auf dieses Beispiel angewendet, ergibt das folgende Messunsicherheitsbudget:

Größe (X_i)	Schätzwert (x_i)	Standardmeßunsicherheit $u(x_i)$	Ver- teilung	Sensitivitäts- koeffizient c_i	Unsicherheits- beitrag $u_{i(y)}$
L_N	100,006 mH	$5 \cdot 10^{-5}/2 \cdot 100,006$ mH	Normal	$c_3 = -1$	-0,0025 mH
δu_{X2}	0	$3 \cdot 10^{-5}/\sqrt{3} \cdot 100,006$ mH	Recht.	$c_3 = -1$	-0,0017 mH
δu_{X3}	0	$4 \cdot 10^{-5}/\sqrt{3} \cdot 100,006$ mH	Recht.	$c_3 = -1$	-0,0023 mH
δu_{X4}	0	$1 \cdot 10^{-5}/\sqrt{3} \cdot 100,006$ mH	Recht.	$c_3 = -1$	-0,00058 mH
δu_{X5}	0	0	Recht.	$c_3 = -1$	0
A_N	99,99987 mH	$1,5 \cdot 10^{-6}/\sqrt{6} \cdot 99,99987$ mH	Normal	$c_1 = 1$	0,000061 mH
A_{No}	0	$0,02 \mu\text{H}/\sqrt{3}$	Recht.	$c_2 = -1$	-0,000012 mH
δA_{uf}	0	$5 \cdot 10^{-6}/\sqrt{3} \cdot 100$ mH	Recht.	$c_4 = 1$	0,0000289 mH
δA_{ns}	0	$0,001 \mu\text{H}/\sqrt{3}$	Recht.	$c_5 = 1$	$8,5 \cdot 10^{-7}$ mH
L_{Diff}	-0,006013 mH	-	-	-	0,00385 mH

Erweiterte Meßunsicherheit: $U=0,0077$ mH

Vollständiges Meßergebnis: $(-0,0060 \pm 0,0077)$ mH

Das Ergebnis sagt aus, dass die Meßbrücke um 0,0060 mH bei einem Meßwert von 100 mH bei 1kHz Meßfrequenz zu niedrig mißt.