

## 6. Gleichspannung

### 6.1 Spannungsnormale

Es gibt drei wichtige Arten von Spannungsnormalen in der Präzisionsmeßtechnik. Die chemischen Zellen wie das Weston-Normalelement, die elektronischen Normale, die im einfachsten Fall aus einer Zenerdiode bestehen und die physikalischen Normale, die sich wie das Josephson-Normal auf physikalisch Grundkonstanten stützen. Alle drei Normaltypen haben Vorteile und Nachteile, die so für den entsprechenden Praxisfall bedacht werden müssen.

#### 6.1.1 Weston-Normalelement

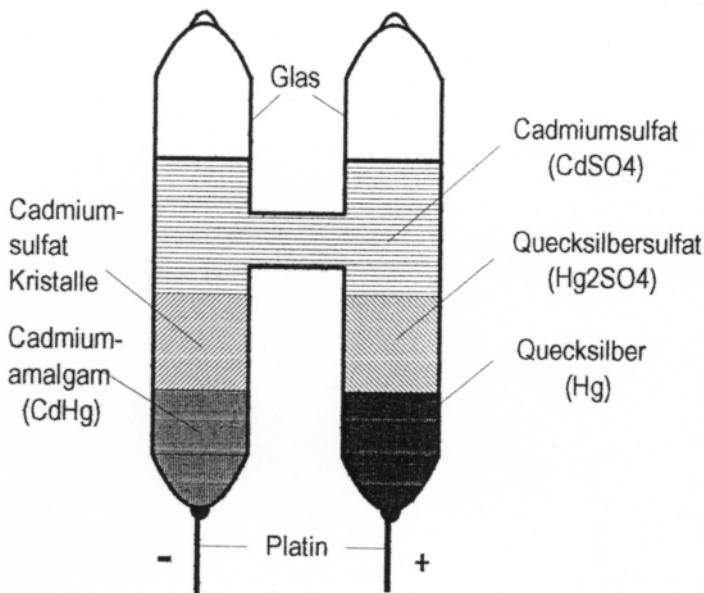
Normalelemente nach Weston sind von den drei Spannungsnormalen die ältesten und haben sich mit ihrer Genauigkeit und Stabilität sowohl in der Industrie als auch in den nationalen Instituten über Jahrzehnte sehr bewährt. Sie sind immer noch stabiler als die elektronischen Normale und nicht so aufwendig zu betreiben wie das Josephson-Normal.

Vor dem Weston-Element wurde 1872 in England das Clark-Element als erstes brauchbares Spannungsnormal eingeführt. Es bestand am negativen Pol aus Zinkamalgamelektrode, als Elektrolyt wurde Zinksulfat verwendet und über der positiven Quecksilberelektrode befand sich eine Mischung aus Quecksilber- und Zinksulfat. Die Spannung des Clark-Elements beträgt 1.4324 Volt bei 15 ° C. Dann im Jahre 1891 hat Weston (Physiker) das Cadmium-Element vorgeschlagen, das einen ähnlichen Aufbau wie das Clark-Element besitzt, jedoch auf Cadmiumbasis aufbaut. Dieses bessere Element wurde 1905 in Charlottenburg als Normal vorgesehen. Der Mittelwert der elektromotorischen Kraft (EMK) wurde von mehreren Instituten in der Welt damals auf Grund von gemeinsamen silbervoltametrischen (1 Ampere in 1 Sekunde scheidet 1.118mg Silber ab; mit 1 Ohm als Quecksilbersäule und  $U=R \cdot I$ ) Messungen im Jahre 1910 in Washington auf 1.01830 int. Volt bei 20 ° C festgestellt und vom 1.1.1911 ab international eingeführt. Ab dem 1.1.1948 wurde auf Grund von genaueren Messungen der absoluten Vergleichsgrößen für den Widerstand der Umrechnungsfaktor 1.00049 und für die Spannung der Faktor 1.00034 festgesetzt und das nicht zum letzten mal. Die neue Spannung betrug dann 1.01865 abs. Volt bei 20 ° C. Zuletzt wurde ab dem 1.1.1990 die bewahrte Spannungseinheit um  $8.06 \cdot 10^{-6}$  vergrößert. Das ergibt den neuen Spannungswert von 1.01784 Volt. Es gab und auch in Zukunft wird es immer wieder Ausgleichsrechnungen bei den Naturkonstanten und den daraus abgeleiteten Normalen geben.

Man unterscheidet bei den Weston-Elementen zwischen dem gesättigtem und ungesättigtem Typ. Diese Ausdrücke beziehen sich auf den Zustand des Elektrolyts. Bei dem gesättigtem Typ spricht man auch vom Internationalen-Weston-Element und beim ungesättigtem vom Standard-Weston-Element. Das ungesättigte Weston-Element hat heute keine Bedeutung mehr, da es leicht durch elektronische Referenzspannungen abgelöst werden kann.

**Aufbau:** Als übliche Bauform hat sich das H-förmige Glasgefäß mit ca. 6 cm Breite und 8 cm Höhe durchgesetzt. Es besteht aus chemisch widerstandsfähigem Soda-Kalk-Glas das einen durchschnittlichen thermischen Längenausdehnungskoeffizienten von  $92 \cdot 10^{-7}/^{\circ}\text{C}$  hat. Da dieser Wert in der Nähe des Koeffizienten von Platin ( $89 \cdot 10^{-7}/^{\circ}\text{C}$ ) liegt, können Platindrähte für luftdichte Zuführungen verwendet werden. Die Platindrähte werden nicht eingeschmolzen, sondern durch Kollodium befestigt und in die Glaswand eingätzt. Vor dem Füllen des Behälters wird dieser mit Salpetersäure gereinigt, mit destilliertem Wasser ausgekocht und anschließend bei 110 ° C getrocknet. Gefäße aus Pyrex (Weichglas) und Quarzglas konnten sich aus

verschiedenen Gründen nicht durchsetzen. Ebenso eignen sich Kunststoffgefäße nicht, da sie nicht dampfdicht sind und die Zelle somit austrocknet. Nach dem Befüllen werden die oberen Enden des Glaskörpers meistens zugeschmolzen. Um die Normalelemente transport- und versandfähig zu machen, werden die Elektrodenmaterialien durch Haltevorrichtungen wie Porzellan-, Glasstempel, Teflon- oder früher auch Korkscheiben festgehalten. Im Gegensatz

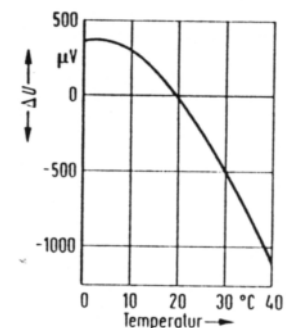


Weston-Normalelement

dazu haben die Elemente ohne Fremdstoffe (Haltevorrichtungen) zwar ein extrem gutes Langzeitverhalten, dürfen aber nur in absolut senkrechter Lage transportiert werden, um ein Durchmischen zu verhindern. Hier wird auch eins der Hauptprobleme bei den chemischen Elementen deutlich. Sie sind besonders im Gegensatz zu elektronischen Normalen für den Transport und für bewegliche Geräte kaum geeignet. Dennoch wurden sie früher, besonders der ungesättigte Typ, da dieser einen kleineren Temperaturkoeffizienten hat, in elektronischen Präzisionsgeräten als Spannungsnormalelement benutzt. Das Einfüllen der Materialien in die Zelle erfolgt mit einem Doppeltrichter, der verhindert, daß die Chemikalien, die sehr rein sein müssen, in Kontakt mit den Innenwänden des Gefäßes kommen und sich so im Betrieb vermischen. Zuerst werden die Böden rechts mit 6mm Quecksilber (Hg) und links mit 6mm 12 % Cadmiumamalgam (CdHg) gefüllt. Nun wird über das Quecksilber Quecksilbersulfat (Merkuro-sulfat) ( $\text{Hg}_2\text{SO}_4$ ) ca 13mm hoch aufgefüllt. Auf die linke Seite kommen ca. 13mm Cadmiumsulfat-Kristalle ( $\text{CdSO}_4 \cdot \frac{8}{3}\text{H}_2\text{O}$ ), zum Teil werden auch rechts einige deponiert. Die Korngröße (4mm bis 15mm) ist abhängig von der Gesamtgröße der Zelle. Über die Füllungen kommen bei transportablen Elementen die oben erwähnten durchlässigen Haltevorrichtungen. Zum Schluß wird die gesättigte Cadmiumsulfatlösung ( $\text{CdSO}_4$ -Lösung) eingefüllt. Diese wird meist durch Hinzugabe von kleinen Mengen Schwefelsäure ( $\text{pH} = 1.5$ ) gemacht, um die Hydrolyse des Quecksilbersulfats zu verhindern. Der Füllpegel muß über der H-Verbindung stehen. Mit dem hermetischen Verschließen des Glaskörpers ist die Normalzelle fertig. Bei den im normalen Temperaturbereich ungesättigten Elementen (gesättigt bei ca.  $4^\circ\text{C}$ ) fehlt allerdings die Kristallage. Durch die Gleichgewichtszustände und die Mischungsverhältnisse werden besonders beim gesättigten Typ eine hohe zeitliche Konstanz erreicht. Durch die festen Salze wird die Lösung stets auf dem Sättigungspunkt gehalten. Der Innenwiderstand einer solchen Zelle beträgt 200 - 500 - 1200 Ohm und kann mit der Zeit durch Verbacken der Kristalle zunehmen.

Das Einfüllen der Materialien in die Zelle erfolgt mit einem

Das Einfüllen der Materialien in die Zelle erfolgt mit einem

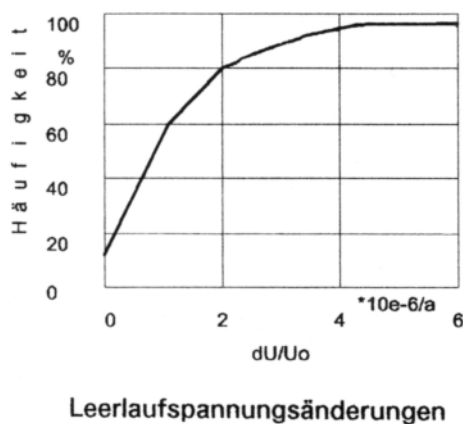


Temperaturverhalten

**Eigenschaften:** Besonders unangenehme Eigenschaften der Weston-Elemente sind das Temperaturverhalten und die Lastempfindlichkeit. Da die Standard-Weston-Elemente, obwohl sie einen geringen Temperaturkoeffizienten haben aber dafür eine große Drift von ca.  $5 \cdot 10^{-5}$  besitzen, nicht mehr benutzt werden, betrachten wir nun nur noch die gesättigten Elemente. Dem hohen Temperaturkoeffizienten von  $-40 \cdot 10^{-6}/\text{K}$  wird dadurch begegnet, daß man die Internationalen-Weston-Elemente in einen Thermostaten einbaut und die Spannung mit der Temperaturformel berechnet.

$$U_t = U_{20} - (39.83(t-20) + 0.930(t-20)^2 - 0.0090(t-20)^3 + 0.00006(t-20)^4) \cdot 10^{-6} \quad (6.1)$$

Diese Gleichung gilt im Temperaturbereich (t) von (0 bis 40)°C.  $U_{20}$  ist die Leerlaufspannung bei 20 °C. Eine Erwärmung über 42 °C ist wegen dann eintretender Umkristallisation auf alle Fälle zu vermeiden. Zu beachten ist ferner, daß die angegebene Temperaturabhängigkeit der Ausgangsspannung die Differenz der einander entgegengesetzten, etwa 10 mal größeren Temperaturabhängigkeiten der Potentiale der beiden Elektroden darstellt. Es ist daher ein Temperaturgradient bei den Normalelementen zu vermeiden. Die Elemente werden dazu in einem Luft- oder Flüssigkeitsthermostaten bei 30 °C aufbewahrt. So braucht man in normaler Umgebung bis 28 °C nur eine Heizung, die die Temperatur um weniger als  $\pm 0.01$  °C/a konstant hält. Solche Thermostaten mit Internationalen-Weston-Elementen werden von der Firma Guildline (USA) gebaut. Diese haben sich in der Praxis bewährt und sind auch heute noch viel im Einsatz. In den Instituten wie NBS und PTB werden in Eigenbauthermostaten Stabilitäten von  $\pm 0.1$  mK/Tag erreicht. Die Stabilität der Temperaturaufbewahrung ist entscheidend mit für die Langzeitstabilität der Elemente, da Temperaturänderungen erhebliche zeitliche Nachwirkungserscheinungen (thermische Hysterese der Spannung) hervorrufen. Umgekehrt läßt sich von kleinen gemessenen Hysterereswerten auf eine gute Langzeitstabilität schließen. Die Untersuchungen werden meist bei 20-25-20 °C gemacht. Hierbei beträgt die Hysteresespannungsänderung 0 bis  $3 \mu\text{V}$  bei guten Elementen und bis zu 1mV bei defekten oder alten falsch hergestellten Zellen. Auf Grund der guten Langzeitstabilität der Weston-Elemente ist dies ein nicht zu vernachlässigbarer Wert.

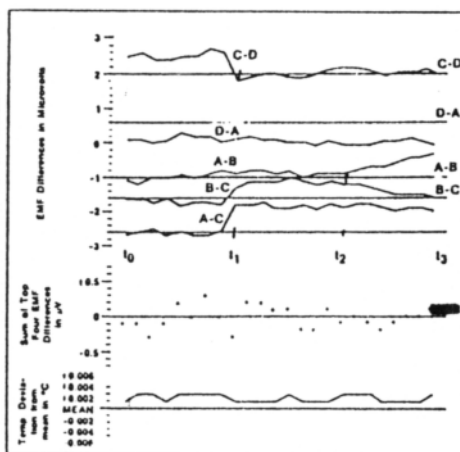


Geringe Vibrationen haben keinen Einfluß auf die Langzeitspannung, da sich die Zellen von der Erschütterung erholen. Problematisch ist bei den Zellen jede Art von Belastung, laden und entladen mit Gleich- oder Wechselspannung. Der übliche Meßfall ist eine Belastung mit einem Anzeigegerät oder einer Vergleichsschaltung. Die Erholzeit auf  $2 \mu\text{V}$  unter den alten Wert beträgt bei einem Kurzschluß, dem schlimmsten Betriebs(un)fall bei 3s ca. 3 Stunden und bei 10s ca. 5 Stunden. Die gesamte Erholzeit für den alten Wert zu erreichen beträgt bei 1s Kurzschluß einen Tag. Allgemein gilt für die Erholungszeit

im Betriebsfall (kl.  $1 \mu\text{A}$ ) 1Tag/3 mC ( $1 \text{ mA} \cdot 1\text{s} = 1\text{mC}$ ). Bei Ladevorgängen treten oft bleibende Änderungen auf. Die Spannungskonstanz liegt in der Regel bei  $1 \cdot 10^{-6}$  pro Jahr. Bei ausgesuchten Zellen in der PTB wurde  $1 \cdot 10^{-8}$  pro Jahr erreicht. Bei uns im Meßlabor liegt die Langzeitstabilität der Transvoltagezellen bei ca.  $-0.8 \mu\text{V}$  pro Jahr. Das Eigenrauschen ist unschlagbar und liegt bei  $4 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

**Überwachung:** Für die Überwachung von Normalelementen bieten sich bestimmte Verfahren und Meßaufbauten an, die im Kapitel 6.2 beschrieben werden. Hierbei wird nicht die

Spannung der Zelle für sich gemessen, sondern die Differenz zu einer anderen Vergleichsspannung gleicher Größe. Interessant ist wie man die so bestimmten Spannungsdifferenzen für die eigene Kontrolle der Normalelemente auswerten kann. Zuerst müssen die Zellen einmal von einem staatlichen Institut ausgemessen werden. Diese Kontrolle muß auch in regelmäßigen größeren Abständen periodisch wiederholt werden. Durch Messung der einzelnen Zellen gegeneinander ist es möglich den Defekt einer Zelle oder auch die Drift zu bestimmen. Die Drift aller Zellen gleichzeitig um den selben Wert oder einen Spannungssprung aller Zellen ist allerdings nur durch die Messung beim Institut oder gegen ein anderes hochstabiles Spannungsnormalelement möglich. Die Funktionsweise soll an einer Bank mit vier Zellen (A,B,C,D) erläutert werden. Es werden in kurzen (monatlich) Abständen die Differenzspannungen ( $a=A-B$ ,  $b=B-C$ ,  $c=C-D$ ,  $d=D-A$ ) gemessen. Zusätzlich ist es nötig eine Pilotdifferenzspannung z.B. A-C zu bestimmen. In einem Zeitdiagramm werden zuerst die Differenzspannungen errechnet aus den PTB Werten als gerade Linie eingezeichnet. Sie bildet den Bezug zu den nun gemessenen Daten die als Punkte verbunden dargestellt werden und im Idealfall immer parallel zu der Bezugsgraden verlaufen müssen. Zusätzlich werden im Diagramm die Temperatur der Zellen und die Summe aller vier Differenzen eingezeichnet. Für die Summe gilt:  $a+b+c+d=0$ ; dies ist ein theoretischer Wert, der in der Praxis nie erreicht wird, aber etwas über die Qualität der Messungen aussagt. Je höher die Summe, desto geringer ist die Qualität. Insgesamt sind nun im Diagramm sieben Kurven, die mit ihrem zeitlichen Verlauf etwas über die vier Zellen aussagen können.



Differenzspannungsmessung

In einem Beispiel wird nun die Wirkungsweise erläutert. Für die Differenzspannungen aus dem PTB Labor sind folgende Werte errechnet und als Gerade in Diagramm eingezeichnet worden:  $A-B=-1.0 \mu\text{V}$ ;  $B-C=-1.6 \mu\text{V}$ ;  $C-D=2.0 \mu\text{V}$ ;  $D-A=0.6 \mu\text{V}$ . Für die Pilotdifferenz gilt:  $A-C=-2.6 \mu\text{V}$ . Die eigenen Messungen von  $t_0$  bis  $t_1$  zeigen einen parallelen Verlauf zu den Bezugsgraden. Dann aber fällt die Kurve C-D plötzlich ab. Es sind drei Fälle möglich; Zelle C ist gesunken, Zelle D ist gestiegen oder C ist gesunken und D ist gestiegen. Eine Überprüfung der anderen Kurve gibt Aufschluß darüber welcher Fall zutrifft. Da die Kurve D-A konstant geblieben und die Kurven B-C und A-C angestiegen sind kann sich nur C verändert haben. Aus den Kurven läßt sich auch der Abfall von Zelle C um  $0.5 \mu\text{V}$  ablesen. Auch

eine Drift zum Zeitpunkt  $t_2$  läßt sich bestimmen. Die Kurven A-B steigen an und B-C fallen ab, während die anderen konstant bleiben. Hier liegt also eine Abwärtsdrift von Zelle B vor, die sich auch aus dem Zeitverlauf bestimmen läßt. Wenn Kurven zwar parallel der Bezugslinie verlaufen, aber versetzt so läßt sich etwas über den Absolutwert einer Zelle sagen. Liegt die Kurve C-D über und D-A unter und die anderen auf der Bezugslinie, so ist Spannung der Zelle D unter den Spannungen der Gruppe. Es ist auch möglich nur mathematisch mit Differenzmessungen und einem festen Referenzelement die Spannung einzelner Zellen zu bestimmen. Dann müssen aber driftende und beschädigte Zellen immer sofort ausgetauscht werden, da sie sonst den Mittelwert beeinflussen. Es muß nämlich der Mittelwert einmal festgestellt werden und als zeitlich konstant angenommen werden. Dies ist für die PTB ein gutes Verfahren um ihre Zellen zu beobachten.



### 6.1.2 Elektronische Normale

Elektronische Spannungsnormale sind immer mehr im Vormarsch, da sie für die täglich praktische Messung große Vorteile haben und im Lauf der Jahre auch in der Langzeitstabilität mit ihren Daten fast an die Weston-Normalelemente herankamen. Sie haben die Weston-Normalelemente bei Neubeschaffungen abgelöst.

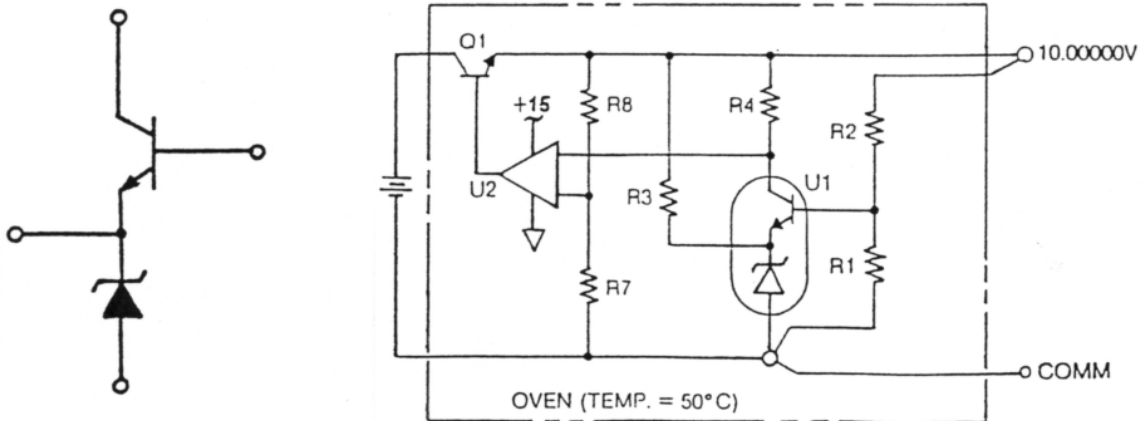
Zur Zeit werden vorzugsweise zwei Typen von Spannungsreferenzen verwendet: Zener-Referenzen und Bandabstands-Referenzen (band-gap). Bei den Zenerdioden wirkt der Zener-Effekt (Tunneleffekt) und der Avalanche-Effekt (Lawinendurchbruch) im p-n Halbleiterübergang gleichzeitig. Es wird hierbei die Diode in Sperrichtung betrieben. Bei den Bandabstands-Referenzen wird der physikalische Effekt der Energielücke zwischen Valenz- und Leitungsband ausgenutzt. Beim Tunneleffekt können wie der Name schon sagt in dünnen Sperrschichten Elektronen diese durchdringen. Dies ist auch mit einem Durchschlag oder Durchbruch bei Isolierstoffen zu vergleichen. Dazu muß in der Sperrschicht die auftretende Feldstärke einen bestimmten Grenzwert ( $\sim 10^8$  V/m) überschreiten. Infolge der hohen Elektronenkonzentration im Valenzband werden hohe Stromstärken erreicht, die im praktischen Betrieb begrenzt werden müssen, um einer Selbstzerstörung der Diode vorzubeugen. Der Tunneleffekt herrscht bis zu Sperrspannungen von etwa 6 V vor. Da mit steigender Temperatur auch die Tunnelwahrscheinlichkeit zunimmt, erniedrigt sich die Durchbruchspannung, der Zener-Effekt besitzt somit einen negativen Temperaturkoeffizienten. Beim Lawinendurchbruch wird die Sperrfähigkeit durch das Einsetzen von Ladungsträgermultiplikation begrenzt. Hierbei bilden sich wie in einer Kettenreaktion bei Atomexplosionen ab einer bestimmten Feldstärke immer mehr Elektronen-Loch-Paare, die Stoßionisationen hervorrufen und so ein lawinenartiges Anschwellen der Ladungsträger verursachen. Der Lawinendurchbruch tritt bei Silicium bei Spannungen oberhalb von 6 V auf. Da mit steigender Temperatur auch die an die Kristallgitter abgegebene Energie ansteigt, tritt wegen der Kristallschwingungen der Durchbruch bei höheren Temperaturen auch erst bei höheren Sperrspannungen auf. Der Avalanche-Effekt besitzt so einen positiven Temperaturkoeffizienten. In der Zenerdiode, die besser Spannungsreferenzdiode heißt, treten beide Effekte parallel auf, wobei unterhalb von 6 V der Tunneleffekt und oberhalb von 6 V der Lawinendurchbruch dominiert. Die Bandabstands-Referenzen nutzen das Bändermodell in Halbleitern, das nur diskrete Energiewerte der Elektronen zuläßt. Zwischen dem besetzten Valenzband und dem Leitungsband liegt eine verbotene Zone, die nur mit hinreichend großer Energie von den Valenzelektronen überwunden werden kann. Bei metallischen Leiter überlappen sich die beiden Bänder. Für Silicium beträgt der Bandabstand 1.12 eV mit einem Temperaturkoeffizienten von  $-1.41 \cdot 10^{-4}$  eV/K bei 20 ° C. Somit läßt sich durch Division durch  $e$  die Spannung bestimmen: 1.205 V. Die hier beschriebenen elektronischen Referenzen dienen zum Aufbau von elektronischen Normalen.

**Aufbau:** Die Referenzen alleine sind für ein elektronisches Normal kaum zu gebrauchen, da sie einen Temperaturkoeffizienten haben, wenig belastbar sind und die erzeugte Spannung einen nicht erwünschten Wert liefert. Deswegen werden sie mit Zusatzschaltungen so umbaut, daß sie für die Praxis angenehme Eigenschaften aufweisen. Dies geschieht in diskreter Form oder als intergrierte Schaltung. Die einfachste Form ein genaue Spannung zu erzeugen ist die Serienschaltung von einem Vorwiderstand und einer normale Zenerdiode. Diese Form genügt aber nicht einem elektronischen Normal, da sowohl die Langzeitdrift als auch die Temperaturstabilität sehr schlecht sind. Hierbei kann nur der Spannungswert von 4.7 V empfohlen werden, da sich hier der negative TK der kleinen Spannungen mit dem positiven TK der großen Spannungen etwas aufheben. Eine Art der aktiven Temperaturkompensation ist die

Reihenschaltung einer Zenerdiode mit mehr als 4.5 V und einer Diode. So kann man durch geeignete Wahl des Diodenstromes den positiven Temperaturkoeffizienten der Zenerdiode mit dem negativen Temperaturkoeffizienten der Diode kompensieren. Für die in Durchlaßrichtung betriebene Diode gilt für den Temperaturkoeffizient:

$$dU/dT = -2 \text{ mV/K} + 0.3 \text{ mV/K} \cdot \lg(I_D/100 \mu\text{A}) \quad (6.2)$$

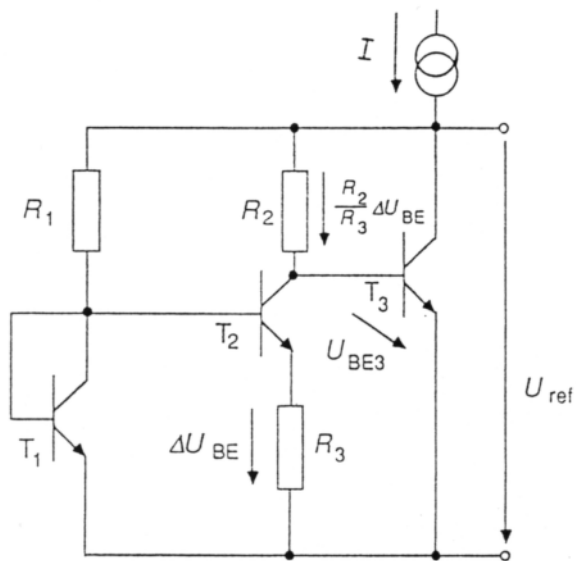
So läßt sich leicht vorstellen, daß mit einer Diode und einer Zenerdiode die bei 6.17 V einen TK von +1.79 mV/K hat, ein kompensierter Stromarbeitspunkt zu finden ist. Dieser wird wie bei der einfachen Zenerdiode mit einem Vorwiderstand eingestellt. Eine Last über der Diode ist natürlich zu verhindern, da sie das ganze System wieder aus dem Gleichgewicht bringt. In dieser einfachen Form gibt es fertige temperaturkompensierte Referenzdioden zu kaufen, die wie 1N829 bei ca.6.2 V liegen. Für viele einfache Anwendungen mag dies reichen. Um eine noch bessere Temperaturkompensation zu erreichen kann man diese Bauelemente komplett mit einer Temperaturregelschaltung auf einem Chip integrieren. Allerdings wirken sich die erhöhte Temperatur (90 °C) des IC-Ofens negativ auf die Langzeitstabilität und das Rauschen aus. Die heute übliche Bauform für elektronische Normale ist der Referenzverstärker. Hierun-



Referenzverstärker und elektronisches Normal

ter versteht man die Kombination aus Zenerdiode und Transistor. Diesmal dient der Transistor zur Temperaturkompensation und gleichzeitig als driftarmer Pufferverstärker, sodaß der TK und das Rauschen von externen Bauteilen kaum noch Einfluß ausüben. Der Kollektorstrom des Transistors kann unabhängig von dem Strom durch die Zenerdiode eingestellt werden, was bei der Kombination Zenerdiode-Diode nicht möglich ist. Es lassen sich so Temperaturkoeffizienten (TK) von wenigen als 1ppm/°C erreichen. Die Zenerdiode kann an der Basis oder am Emitter des Transistors angeschlossen sein. Zusätzlich wird zur Entkopplung und zur Spannungsverstärkung auf zum Beispiel 10V meist ein Operationsverstärker nachgeschaltet. Üblicherweise wird die Referenzeinheit (Zenerdiode-Transistor) auf einem Chip integriert. Zum Teil ist auch der Temperaturregeltransistor und der Heizwiderstand mit in der Schaltung. Diese Chips gibt es auch als IC zu kaufen (LTZ 1000/LM369). Wenn auf dem Spannungsnormale keine Heizung integriert ist, so werden die Elemente mit ihren externen Bauteilen in einen Thermostaten eingebaut. Nur so sind die sehr guten elektrischen Daten über längere Zeit einzuhalten. Bandabstandsreferenzen sind etwas schlechter als die Referenzverstärker haben aber der Vorteil einer kleinen Ausgangsspannung von 1.205V ohne Verstärkung. Hierbei wird der negative TK der Emitter-Basis-Spannung eines Transistors mit dem positiven TK der Differenzspannung zwischen Basis und Emitter zweier mit verschiedenen Stromdichten

beaufschlagten Transistoren kombiniert. T1 wird mit einem 10 mal größeren Strom wie T2



Bandabstandsreferenz

betrieben. Für die Spannung an R3 gilt:  $dU_{BE} = U_{BE1} - U_{BE2}$ . Für die um den Faktor  $R_2/R_3$  verstärkte Spannung gilt dann:  $U_{ref} = U_{BE3} + R_2/R_3 \cdot dU_{BE}$ . Wenn nun  $R_2 = R_3$  und  $dU_{ref}/dT = 0$  sein sollen, müssen die Widerstände so gewählt werden, daß die Ausgangsspannung der Bandabstandsspannung von 1,205V entspricht. Es gibt auch hier Referenz-ICs, die direkt eingebaut und verwendet werden können (LM385). Die Kunst besonders gute Referenzelemente zu bauen besteht im Ausmessen der Einzelkomponenten mit Selektion und einer Alterung, da für Halbleiter bei der Herstellung große Exemplarstreuungen auftreten. Bei temperaturkompensierten Referenzdioden können nach halbjähriger Alterung noch Driftraten von 0.5ppm bis 3ppm pro Monat festgestellt werden. Auch Spannungsänderungen und Hystereserscheinungen sind nach Temperatur und Leistungszyklen zu beobachten.

Bei einem Referenzverstärker wird bei der Zenerdiode auf gute Langzeitstabilität und geringes Rauschen hin selektiert. Dazu wird die Zenerspannung bei verschiedenen Stromstärken bestimmt um so den dynamischen Innenwiderstand zu bestimmen. Anschließend wird die niederfrequente Rauschspannung bestimmt um die Zenerdiode 5000 Stunden bei Nennstrom zu altern. Nach der Alterung zeigt ein stärkeres Rauschen eine schlechtere Langzeitstabilität an. Auch die anderen Bauteile müssen selektiert werden und von höchster Präzision sein. Wichtig ist natürlich auch die Zenerdiode auf einen kleinen TK hin auszusuchen. Der Transistor wird untersucht auf eine geringe Rauschspannung. Der absolute Spannungswert der Zenerdiode ist nicht von Bedeutung. Für die Präzisionsspannungsnormale der Industrie werden nach diesen Eingangstest noch weitere Prüfungen am fertigen Kalibrator-IC mit seinen externen Bauteilen durchgeführt. Diese Tests sind aufwendig und dauern lange wodurch sich mit den Präzisionsbauteilen der hohe Endpreis des Produkts erklärt. So muß bei den Referenzverstärkern der Temperaturkoeffizient Null von Transistor in Verbindung mit der Zenerdiode ermittelt werden. Am längsten dauern die Alterungs- und Stabilitätstest. Für die normalen Multimeter und Kalibratoren dauern sie ca. 8 Wochen. Die Normale werden dann noch über 2 Monate untersucht und in Gruppen eingeteilt, wobei die beste Gruppe die teuersten Normale ergibt. Zudem werden auch immer noch Langzeittest über Jahre nötig sein um so eine Sicherheit für die angegebenen Spezifikationen zu erhalten.

**Eigenschaften:** Bei ungealterten IC-Referenzen ist in den ersten Monaten des Betriebs ein starker Spannungsabfall zu beobachten. Um diesen und anderen unangenehmen Eigenschaften wie zum Beispiel Rauschen zu begegnen, wird bei den Herstellern der Normale viel Aufwand bei der Produktion betrieben. Grundsätzlich driften alle elektronischen Normale mehr oder weniger stark (1ppm bis 8ppm pro Jahr). Auch ist noch nicht bekannt wie sich die Normalreferenzen über Jahrzehnte verhalten. Hier können unerklärliche Spannungssprünge auftreten, da die Elemente oft zwischen 50 °C und 100 °C betrieben werden. Bei dieser Temperatur ist

vielleicht keine kontinuierliche Alterung über Jahrzehnte gewährleistet. Für die Zenerdioden und ICs bietet die folgende Tabelle einen Überblick.

Gegenstand	Z-D.	Comp.Z-D.	IC-1	IC-2	IC-3	IC-4
Spannung V	4.7-5.6	6.2	7	1.235	7.2	10
TK ppm/K	5	2 bis 5	0.3	20	0.1	1.5
Innenwiderstand	70	20	0.5	0.4	7	0.8
Alterung ppm/a	5 bis 40	2 bis 50	20 bis 150	50 bis 150	1 bis 10	10 bis 50
Rauschen $\mu$ V	5	1	7	60	0.3 bis 2	4
Typ	BZY 88	1N 829	LM299	LM385	LTZ1000	LM369
Bemerkung	einfach	normal	bekannt	Bandgap	sehr gut	gut

Das Referenz-IC LTZ1000 von LINEAR wurde schon genauer untersucht und wird daher hier näher betrachtet. Dieses IC hat mit 7.2 V eine etwas unglückliche Ausgangsspannung, da für die elektronischen Normale zum Kalibrieren von Meßgeräten 10 V erwünscht sind. Das IC ist sehr einfach aufgebaut und besteht aus einer 7 V Zenerdiode zwei Transistoren und einem Heißwiderstand. Mit der Zenerdiode einem Transistor und zwei externen Widerständen wird ein Referenzverstärker aufgebaut. Der zweite Transistor dient als Temperaturfühler für den Heißwiderstand. Auch hier muß die Steuerung der Temperatur und die Stromregelung für den Heißwiderstand extern erfolgen. Auf diesem Chip ist also das mindeste für ein gutes elektronisches Normal enthalten. Es werden noch einige externe Bauteile benötigt die auf gute Qualität ausgesucht sein sollten und zusammen mit dem IC in einen Thermostaten eingebaut werden. Ein großer Nachteil der IC's mit Heißwiderstand ist ihre große jährliche Alterungsrate. Hier ist fast eine Verdopplung der Rate bei einer Temperaturerhöhung um 10 ° C zu beobachten. Auch wirkt sich eine höhere Temperatur ungünstig auf das Rauschen aus. Der Hersteller empfiehlt eine Temperatur von ca. 60 ° C in seinen Applikationen. Für eine kleine Langzeitdrift ist allerdings ca. 40 ° C günstiger, wenn eine höhere Erwärmung des IC's als 30 ° C von außen ausgeschlossen werden kann. Dies läßt sich leicht mit einem Thermostatgehäuse mit Peltierelement erreichen. Der Hersteller gibt eine übliche Driftrate von 1  $\mu$ V pro Monat an. Aus Messungen zeigt sich eine Driftrate von ca. -2 ppm pro Jahr. Zu beachten ist das zu Beginn des Betriebs eines elektronischen IC-Normals eine mehrfach höhere Drift zu beobachten ist, da hier die Alterung der fertigen Industriestandards fehlt. Man kann entweder eine echte Alterung durchführen oder einfacher ist es etwa sechs Monate bei Betrieb der Schaltung zu warten, um das IC einzufahren. Auf jeden Fall sollte die Schaltung, wie bei den Industriestandards auch, immer in Betrieb sein. Nur so ist eine kontinuierliche Alterung zu gewährleisten. Mit Teilerwiderständen und Operationsverstärken lassen sich auch andere Spannungen als zum Beispiel die 7.2 V erzeugen. Diese sind dann meist etwas unstabiler als die Referenzspannung selbst.

Eine einfache kostengünstige 10 V und 1.018 V Referenzspannung, die nur hochohmig belastbar ist besteht aus ein paar Widerständen und zwei Zenerdioden (1N829). Auch die zugehörige Temperaturregelschaltung ist einfach gestaltet. Trotzdem lassen sich in einem Temperaturreglergehäuse Driftraten von -1.5 ppm pro Monat erreichen. Für viele Anwendungen mag dies schon reichen.

Im Gegensatz dazu sind die industriellen Standards von zum Beispiel Fluke und Datron zwar sehr teuer und sie glänzen mit ausgezeichnete Spezifikationen, aber auch sie haben als Referenzspannungsquelle einen Referenzverstärker bestehend aus Zenerdiode und Transistor. Diese sind allerdings umgeben von einer aufwendigen Temperaturkontrolle in einem Thermostaten, einer accugepufferten Netzspannungsversorgung, Spannungsteilern (auch aktive



PWM-Teiler) und Spannungsverstärkern. Es werden so die wichtigsten Referenzspannungen rausch- und driftarm angeboten. Entscheidend ist allerdings die aufwendige Vorselektion aller Bauteile beim Hersteller und deren Qualitätssystem, das direkt an ein Nationales Labor angeschlossen sein muß. So können für die fertigen Geräte Spezifikationen angegeben werden, die in der Praxis noch übertroffen werden und so die Westonelemente ersetzen können.

Hersteller	Spannung	1M ppm	1a ppm	Ri Ohm	Noise	TK ppm/K
Fluke (732A)	10 V	0.5	3	10 m	1 $\mu$ V	0.05
	1.018 V	1.5	12	1000	1 $\mu$ V	1
	1 V	1.5	12	1000	1 $\mu$ V	1
Datron (4910)	10 V	0.3	1.5	100	0.8 $\mu$ V	0.05
	1.018 V	0.6	2	100	0.8 $\mu$ V	0.10
	1 V	0.6	2	100	0.8 $\mu$ V	0.12

Beide Geräte sind an den Ausgängen kurzschlußfest und auch über externe Batterien betreibbar. Auch wenn die Spezifikationen des Fluke Normals höher wirken, da diese Firma konservativer ist, so handelt es sich hier um Spitzengeräte. Die PTB ermittelte beim 732A bei der Drift erheblich niedrigere Werte, wie spezifiziert sind. So lag die Drift bei: 10 V / 0.2 ppm pro Jahr ; 1 V / 1 ppm pro Jahr.

**Überwachung:** Die Überwachung der elektronischen Normale ist, wenn es sich um die Industriestandards handelt, ähnlich aufwendig wie bei den Westonelementen. Auch hier kann ein Vergleich zwischen verschiedenen Elementen stattfinden. Nachteilig ist jedoch, daß die elektronischen Normale alle driften und oft auch noch in die gleiche Richtung. So läßt sich nur ein Ausfall oder Spannungssprung sicher vorhersagen. Üblicherweise werden die Normale daher regelmäßig in ein Nationales Labor zum Nachmessen geschickt. Die Periode sollte am Anfang ihrer Lebensdauer abhängig von den Genauigkeitsanforderungen öfter sein, um so einen Überblick über das Driftverhalten zu bekommen. Auch wenn der 1.018 V Ausgang nicht ganz so gut ist wie die 10 V, so ist mit dieser Spannung ein direkter Vergleich mit Westonelementen möglich. Dies kann genau so geschehen, wie man es unter Westonelementen praktiziert, durch Differenzspannungsmessungen mit einem hochauflösenden Voltmeter.

### 6.1.3 Josephson-Element

Die absolute Darstellung des Volts geschieht heute in den Staatsinstituten mit dem Josephson Element, da dessen Ausgangsspannung durch physikalische Konstanten dargestellt werden kann. Es hat damit das Weston Element abgelöst, obwohl diese im praktischen Betrieb immer noch ihre Stellung halten, da der Aufbau eines Josephson Normals relativ aufwendig ist. Physikalisch läßt sich die Funktionsweise eines Josephson-Elementes folgendermaßen erklären. Elektronen können bei tiefen Temperaturen, also bei Supraleitung, dünne Isolierschichten durchtunneln. Der Josephsonübergang besteht aus zwei metallische Supraleitern, die durch eine sehr dünne Isolierschicht voneinander getrennt sind. Ohne angelegtes magnetisches Feld fließt ein Tunnelgleichstrom (Josephson-Gleichstrom-Effekt), der von einer schwachen Stromquelle gespeist wird, obwohl eine Isolationsschicht vorhanden ist. Wird nun der Strom über einen kritischen Wert erhöht gibt es an dem Isolationsübergang keine Supraleitung mehr und es fällt dort eine Spannung ab. Dieses dadurch erzeugte elektrische Feld führt zu einer sinusförmigen Modulation des Supraleitstroms. Durch die Tunnelstrecke fließt dann zusätzlich zu dem Gleichstrom ein hochfrequenter Wechselstrom mit der Frequenz  $f_c$ . Dieser

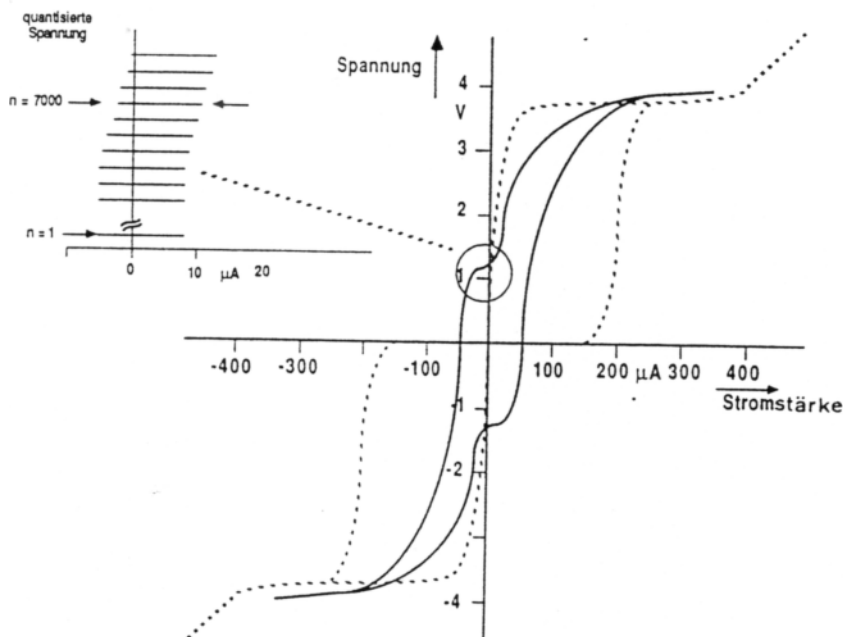
Josephson-Wechselstrom-Effekt wird im Josephson Normal ausgenutzt. Die Frequenz ist proportional zur Gleichspannung.

$$f_c = 2e / h * U \quad (6.3)$$

$e$ =Elementarladung;  $h$ =Plancksche Wirkungsquantum. Da  $e$  und  $h$  Naturkonstanten sind, ist ein Josephson-Element ein spannungsgesteuerter Oszillator (VCO) mit linearer Spannungs-Frequenz-Abhängigkeit. Einer Spannung von  $150 \mu\text{V}$  entspricht etwa eine Frequenz von  $72 \text{ Ghz}$ . In Spannungsnormalen wird die Frequenz des zunächst freischwingenden Josephson-Oszillators über den eingepprägten Gleichstrom über den Zusammenhang  $U(I)$ , der abhängig vom Aufbau des Elements ist, grob eingestellt. Dann wird dieser Oszillator fein auf eine von außen induzierte Mikrowellenschwingung mit einer genau bekannten Frequenz  $f_0$  synchronisiert. Bei kleinen Stromänderungen bleibt die Spannung am Element konstant, solange die Grenzen des Synchronisationsbereichs nicht überschritten werden. Auch bei ganzzahligem Vielfachen ( $n$ ) der Frequenz ist eine stabile Spannung zu erreichen. So ist die Ausgangsspannung eines solchen Elementes leicht über die Kenntnis einer stabilen Frequenz äußerst genau und immer gleich gut reproduzierbar zu bestimmen.

$$U_n = n * h / 2e * f_0 \quad (6.4)$$

Für die Josephson-Konstante  $K_J = 2e / h$  wurde seit 1990 der neue Wert von  $483597.9 \text{ Ghz/V}$



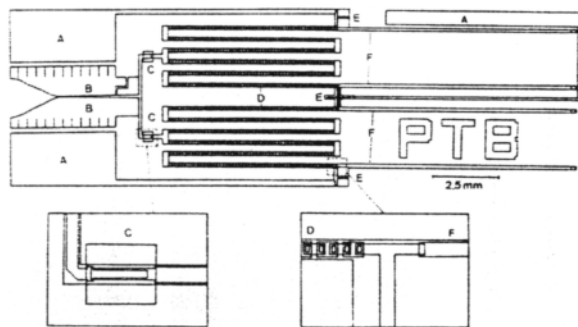
Spannungsverlauf des Josephson-Elements

ohne eine Unsicherheit festgelegt. Es treten nach der Gleichung für  $U_n$  in der Gleichspannungs-Gleichstromkennlinie eines Josephson-Elementes stufenförmige Spannungen auf. Für Aufbauten in Dünnschichttechnik sind die Stufen nur bis ca  $5 \text{ mV}$  ausgeprägt genug um sie weiter auswerten zu können. Um höhere Spannungen erreichen zu können werden einfach viele Einzelemente zusammen geschaltet. Sowohl die Herstellung dieser Elemente als auch deren Betrieb bei  $4.2^\circ$

Kelvin stellt höchste Anforderungen an das Personal wie an das Material. Besonders die Kühlung mit Helium ist problematisch für die Haltbarkeit der Tunnelemente und zudem sehr aufwendig. Trotzdem ist das Josephson-Element nicht mehr als physikalisches Spannungsnormal wegzudenken.

**Aufbau:** Der Aufbau dieser Elemente vollzieht sich immer noch einem Wandel und soll daher an den Tunnelementen der PTB erklärt werden. Die Tunnelemente selber werden wie Halbleiterchips durch Aufbringen von verschiedenen Schichten nach dem optischen Ätzverfahren hergestellt. Das einzelne Tunnelement besteht aus zwei supraleitenden Niobstreifen

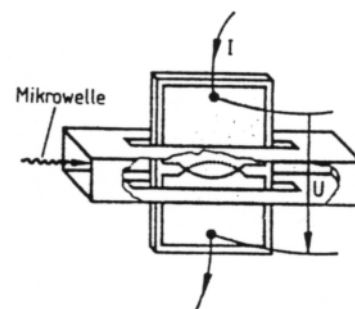
(NB) und einer 2 nm dünnen Aluminium-Oxid ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) Schicht. Diese werden von der Grundlektrode (NB) durch eine Schicht aus Silizium-Oxid ( $\text{SiO}$ ) isoliert. Von diesen Einzel-



Josephson-Wafer (PTB)

tunnelementen befinden sich bis zu 20160 (für 10 V) auf einem Chip ( $1\text{V} = 1440$  Stück [M] für 7000 Stufen). Als Anordnungsgeometrie der vielen Tunnelemente wurden Streifenleitungen gewählt, die über eine Flossenleitung (500 Ohm) die Hochfrequenz zugeführt bekommen. So werden Stehwellen auf der Leitung vermieden und die Hochfrequenzleistung wird gleichmäßig auf alle Tunnelemente verteilt. Der Wellenwiderstand des Kettenleiters beträgt 2.5 Ohm. Die untere und obere Grenzfrequenz betragen 35 GHz und 400 GHz. Daher ist ein Betrieb bei 70 GHz

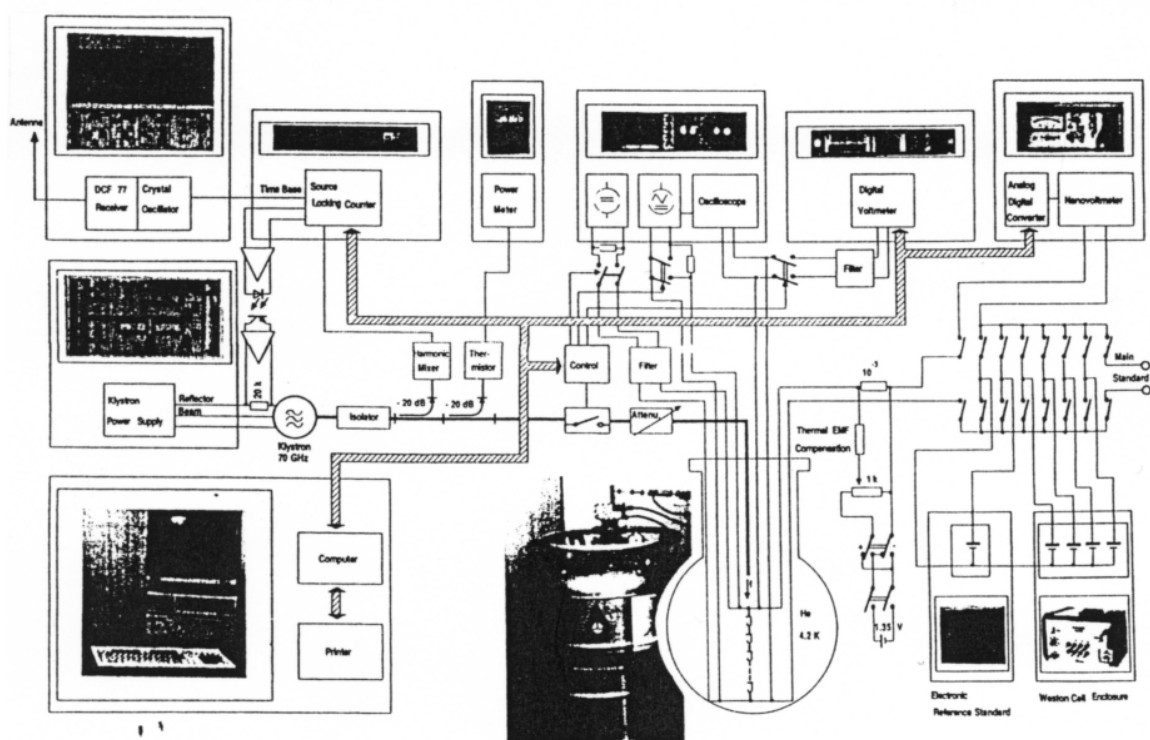
günstig, da auch die Dämpfung nur 0.075 dB/nm beträgt. Es ist anzumerken, dass auch bei der PTB schon andere Aufbauten und Schichten ausprobiert wurden. Alle Josephson-Elemente sind auf einer Fläche von 7 mm \* 13 mm zusammengedrängt. Theoretisch müsste man für jedes Tunnelement eine Gleichstromquelle betreiben. Um dies bei der Anwendung zu umgehen, werden beim Messen die Nullstromstufen ( $I=0 \mu\text{A}$ ) ausgenutzt. Das heißt, dass nach der Einstellung der Normalquelle die Stromquelle abgestellt werden kann, um dann bei Nullstrom genau zu messen. Auf dem Chip befinden sich auch die Anschlüsse für die Gleichspannung. Dieses Chip wird dann in einem Hohlleiter so platziert, dass die HF-Leistung über die Flossenleitung auf dem Chip, den Tunnelementen zugeführt wird. Diese ganze Einheit wird in einen Thermobehälter gebracht, der dann mit flüssigem Helium gefüllt wird. So wird eine Kühlung des Josephson-Elements bei 4.2° Kelvin erreicht. Die weiteren Aufbauten für die Messung befinden sich in einem normal klimatisierten Laborraum. Das zweitwichtigste Gerät im Gesamtaufbau ist der HF-Oszillator. Hier kann man ein Klystron (350mW) verwenden, welches aber auf die erforderliche Frequenzgenauigkeit nachgestimmt werden muß, da die Frequenzunsicherheit direkt in die Formel für  $U_n$  eingeht. Dies geschieht durch Messen der Frequenz mit anschließendem Synchronisieren (PPL) des Oszillators im Verhältnis zu einem Cäsium-Normal, das mit einem DCF



Chip im Hohlleiter

77 Empfänger überwacht wird. Es ist so eine Langzeitstabilität der Frequenz von  $8 \cdot 10^{-11}$  zu erreichen. Die Frequenz ist zum Feinabgleich der Spannung verstimmbar. Als Geber für das Josephsonchip ist eine Stromquelle nötig, die in kleinen Schritten einstellbar ist. Zur weiteren Grobeinstellung der Normalspannung wird noch ein Voltmeter, ein Oszilloskop und ein 25 Ohm Widerstand benötigt, welche parallel zur Ausgangsspannung liegen. Mit dem 25 Ohm Widerstand wird die Spannung auf die richtige Stufe ( $n \cdot M$ ) gezogen. Für die eigentliche Messung eines Prüflings braucht man noch eine Thermospannungskompensationsschaltung und ein Nanovoltmeter als Nullinstrument. Als Anmerkung ist zu sagen, dass auch Kryospannungsnormale gebaut wurden, die aus nur einem Tunnelement (3 mV) bestanden und sich daher ein Teiler für 1V zusammen mit einem Nulldetektor für tiefe Temperaturen - SQUID (Superconducting Quantum Interference Device) in dem Helium-Bad befanden.

**Eigenschaften:** Unter diesem Stichwort soll etwas zur Bedienung des Josephson-Elements und zu dessen Unsicherheitswerten bei verschiedenen Prüfungen gesagt werden. Nach Befüllen des Thermostaten mit flüssigem Helium und Erreichen der supraleitenden Temperatur wird die Normalspannung zuerst einmal grob justiert. An dem Oszilloskop und mit dem Digitalvoltmeter wird bei angelegter HF-Leistung ein sauberer treppenförmiger Verlauf der Gleichspannungs-Gleichstromkennlinie der Tunnelemente eingestellt. Die Stufenbreite kann zwischen  $15 \mu\text{A}$  und  $100 \mu\text{A}$  liegen und wird mit der Mikrowellenleistung optimiert. Mit der Stromquelle in Verbindung mit dem  $25 \text{ Ohm}$  Widerstand kann die gewünschte Stufe ausgewählt werden indem die Kennlinie so verändert wird, daß sich die Stufen konstanter Spannung nicht mehr vollständig überlappen. Der Spannungsunterschied ( $dU$ ) zwischen zwei Stufen beträgt bei  $70 \text{ GHz}$  etwa  $145 \mu\text{V}$ . Diese Spannungssprünge muß zur Auswahl der richtigen Stufe ein Voltmeter sicher auflösen können. Wählt man zum Beispiel bei einem Josephson-Element das aus  $1440$  einzelnen Tunnelementen besteht die  $7000$ ste Stufe aus, so ist  $7000 \cdot 145 \mu\text{V} = 1.015 \text{ V}$ . Nun muß mit der Frequenz des Mikrowellenzählers die Spannung genau eingestellt werden. Wie man sieht handelt es sich bei dem Josephson-Element nicht um ein Normal mit einer fest definierten Gleichspannung, sondern es werden Spannungsstufen mit fest definierten Werten angeboten. Nur wenn man die Spannung schon mit externen Normalen, hier dem Voltmeter auf ca.  $\pm 145 \mu\text{V}$  genau vorbestimmen kann (Stufenwahl), dann ist eine genaue Bestimmung möglich. Auch muß ein Prüfling direkt oder über Vorteiler in diese Fenster mit seiner Ausgangsspannung gebracht werden, damit das elektronische Nanovoltmeter als Nullinstrument gegen die richtige Stufe verglichen. Der Betrieb einer solchen Apparatur wird mit einer Stunde angegeben. Bei den Meßunsicherheiten sind sowohl



Gesamtaufbau des Josephson-Elements bei der PTB

der Prüfling als auch der Gesamtaufbau zu beachten. Beim direkten Vergleich zweier Josephson-Elemente, bei dem alle Komponenten einschließlich des als Nullinstrument verwendeten SQUID's auf der Temperatur des flüssigen Heliums gehalten wurden, zeigt sich



beim Durchlaufen der 20  $\mu\text{A}$  breiten Spannungsstufe keine Änderung der Ausgangsspannung. Die Meßunsicherheit Aufgrund der Auflösungsgrenzen beträgt  $\pm 7 \cdot 10^{-13}$  V. Die Frequenzstabilität läßt sich wie schon vorher beschrieben mit  $\pm 8 \cdot 10^{-11}$  angeben. Da die Prüfling außen bei ca 23 ° C gemessen werden ist mit Thermospannungen und einer Drift dieser zu rechnen. Bei guter Isolation und thermospannungsarmer Verdrahtung ergibt sich eine Unsicherheit von  $\pm 1$  bis  $5 \cdot 10^{-10}$ . Auch der Kupferschalter, der thermisch kurzgeschlossen konstruiert ist, ruft eine relative Unsicherheit von  $4 \cdot 10^{-10}$  hervor. Eine weitere Unsicherheitsquelle ist der Offsetstrom des elektronischen Nanovoltmeters (2pA/K). Abhängig vom Innenwiderstand des Prüflings liegt die Unsicherheit bei  $\pm 0$  bis  $3 \cdot 10^{-10}$ . Auch die Isolationswiderstände des Nanovoltmeters und er Drähte ergeben Unsicherheiten im Bereich  $\pm 0$  bis  $10 \cdot 10^{-10}$ . Die vom Rauschen erzeugten Unsicherheitsanteile werden bei 0.1 Hz Bandbreite und  $\pm 0.1$  Kelvin betrachtet. Hier ergibt sich abhängig vom Prüfling eine weite Streuung. (Tabelle)

Relative Meßunsicherheiten \*  $10^{-10}$

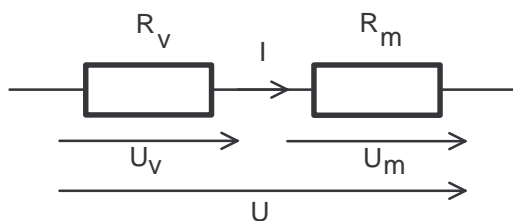
Quelle der Unsicherheit	Weston	Zener-1V	9*Weston	Zener-10V	Joseph-ext.
Josephson-Schaltung	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
Frequenz (6 Min)	0.65	0.65	0.65	0.65	0.65
Thermospannung (Leitungen)	1	1	0.11	0.1	0.05
Thermospannung (Schalter)	4	4	0.44	0.4	0.05
Offsetdrift-Nanovoltmeter	1.5	3	1.5	0	2.5
Isolation (Leitungen)	1	2	9	0	0
Isolation (Nanovoltmeter)	0.1	0.2	0.9	0	0
Rauschen-Prüfling	10	60	11	50	1 bis 20
Rauschen-Nanovoltmeter	8.4	12	2.8	0.3	3
rel. Gesamtuns. (1)	14	62	15	50	3 bis 17 c.

Es zeigt sich, daß in der Summe recht geringe relative Unsicherheiten vorhanden sind.

**Überwachung:** Eine regelmäßige Überwachung der Josephson-Normale ist nicht nötig, wenn der angeschlossenen Meßpark immer kontrolliert und kalibriert wird. Die kritische Frequenzgröße wird ja bei der Messung selbst an ein überwachtes PTB-Normal über DCF 77 angeschlossen.

### 6.x.x Allg Gleichspannungsmessung

Mit Vorwiderstand gilt allgemein bei der Gleichspannungsmessung



$$U = U_v + U_m \quad (6.x)$$

$$\frac{R_v}{R_m} = \frac{U_v}{U_m} \quad (6.)$$

Die Gleichung 6.x in 6. und nach  $R_v$  aufgelöst ergibt für den Vorwiderstand bei der Messbereichserweiterung.

$$R_v = R_m * \frac{U - U_m}{U_m} \quad (6.y)$$

## 6.2 Messunsicherheitsberechnung

Es gilt zwei Standardfälle mit Beispielen zu behandeln.

### 6.2.1 Kalibrierung von Gleichspannungsquellen

Bei dieser Messung wird der Spannungswert eines Prüflings (z.B:Kalibrator) mit dem Meßnormal bestimmt. Hierbei wirkt sich die eigene Messunsicherheit des Meßnormal in erheblichem Maße auf die Gesamtmeßunsicherheit aus.

Zur Berechnung des Meßergebnisses und Bestimmung der Meßunsicherheit wird die Modellgleichung benötigt. Im Gegensatz zu Fehleranalysen nach der alten DKD-3 Vorschrift, die sich in etwas anderer Form präsentierte, wird jetzt in der Modellgleichung nicht nur die Berechnung der Meßunsicherheit aufgestellt, sondern und das ist neu gleichzeitig die Berechnung des Meßwertes. Die einzelnen Terme erscheinen dann in einer Gesamttabelle mit ihren Zahlenwerten.

Es gelten die folgenden Abkürzungen:

$U_P$ : Meßergebnis des Prüflings; Ergebnis der Messung mit Berechnung

$A_N$ : Anzeigewert bei der Messung mit dem Normal

$\delta Mess$ : Unsicherheitsanteil des Messgerätes (9930/DVM-180Tage)

$\delta CalN$ : Messunsicherheit des Spannungsnormals incl. Drift

$\Delta CalN$ : Abweichung des Spannungsnormals

$\delta Auf$ : Auflösung des Messgerätes (Dvm)

$\delta Verf$ : Einflüsse durch das Verfahren; Teilereinflüsse, Anschlußtechnik

$U_{CalN}$ : Spannungswert des Normals (in Teil b)

$c$ : Sensitivitätskoeffizient (Ableitung der Modellgleichung nach allen Veränderlichen)

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (6.5)$$

Für die Modellfunktion gilt:

$$U_P = A_N + \delta Mess + \delta CalN + \Delta CalN + \delta Auf + \delta Verf \quad (6.6)$$

Für die Bestimmung der Sensitivitätskoeffizienten ( $c$ ) muß die Gleichung (6.6) nach allen veränderlichen Variablen abgeleitet werden.

$$\frac{\partial U_P}{\partial A_N} = 1 = c_1 \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial U_P}{\partial \delta Mess} = 1 = c_2 \quad (6.8)$$

$$\frac{\partial U_P}{\partial \delta CalN} = 1 = c_3 \quad (6.9)$$

$$\frac{\partial U_P}{\partial \Delta CalN} = 1 = c_4 \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial U_P}{\partial \delta Auf} = 1 = c_5 \quad (6.11)$$

$$\frac{\partial U_P}{\partial \delta_{Verf}} = 1 = c_6 \quad (6.12)$$

Aus sechs Messungen von 10 V wurden die folgenden Werte ermittelt.:

Nr.	A <sub>N</sub>
1	10,000 022 V
2	10,000 027 V
3	10,000 022 V
4	10,000 025 V
5	10,000 028 V
6	10,000 026 V
<b>Mittelwert:</b>	<b>10,000 025 V</b>
<b>rel.Std.abw.</b>	<b>2,53 * 10<sup>-7</sup></b>

Mit der empirische Standardabweichung des Mittelwerts, die aus n Messungen für einen arithmetischen Mittelwert ermittelt wurde und die Standardmessunsicherheit, kommen wir zu dem entsprechenden Wert für A<sub>N,n</sub> in der Tabelle.

Größe (X <sub>i</sub> )	Schätzwert (x <sub>i</sub> )	Standardmeßunsicherheit u(x <sub>i</sub> )	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient c <sub>i</sub>	Unsicherheitsbeitrag u <sub>i(y)</sub>
A <sub>N</sub>	10,000 025 V	2,53 * 10 <sup>-7</sup> / √6 * 10 V	Normal	c <sub>1=1</sub>	1,03 * 10 <sup>-6</sup> V
δMess	0	7,3 * 10 <sup>-6</sup> / √3 * 10 V	Recht.	c <sub>2=1</sub>	4,21 * 10 <sup>-5</sup> V
δCaIN	0	4,1 * 10 <sup>-6</sup> / 2 * 10 V	Normal	c <sub>3=1</sub>	2,05 * 10 <sup>-6</sup> V
ΔCaIN	0	1 * 10 <sup>-7</sup> / √3 * 10 V	Recht.	c <sub>4=1</sub>	5,77 * 10 <sup>-7</sup> V
δAuf	0	5 * 10 <sup>-8</sup> / √3 * 10 V	Recht.	c <sub>5=1</sub>	2,89 * 10 <sup>-7</sup> V
δVerf	0	0,5 μV / √3	Recht.	c <sub>6=1</sub>	2,89 * 10 <sup>-7</sup> V
<b>U<sub>P</sub></b>	<b>10,000 025 V</b>	-	-	-	<b>4,217 * 10<sup>-5</sup> V</b>

$$U = k * \sqrt{\sum u_i^2(y)} \quad (6.13)$$

Erweiterte Meßunsicherheit mit k=2: U=2\*4,217\*10<sup>-5</sup> V=8,43\*10<sup>-5</sup> V=84μV

Vollständiges Meßergebnis: U<sub>P</sub>=( 10,000 025 ± 0,000 084 ) V

### 6.2.1 Kalibrierung von Gleichspannungsmessern

Zur Kalibrierung der Meßeinrichtung, zum Beispiel DVM, wird mit einem Bezugsnorm (Kalibrator) eine Messung durchgeführt. Aus sechs Anzeigen ist der Mittelwert 10,000 025 V mit einer relativen Standardabweichung von 2,53\*10<sup>-7</sup> in einer Beispielmessung ermittelt worden. Der Ausgangsspannung des Kalibrators ist um 0,000 001V zu gering. So läßt sich mit der Modellgleichung die Unsicherheitstabelle erstellen.

Für die Modellfunktion gilt:

$$U_{Diff} = A_N - U_{CalN} + \delta Mess + \delta CalN + \Delta CalN + \delta Auf + \delta Verf \quad (6.14)$$

Die Funktionsgleichung 6.14 auf dieses Beispiel angewendet, ergibt das folgende Messunsicherheitsbudget.

Größe ( $X_i$ )	Schätzwert ( $x_i$ )	Standard-meßunsicherheit $t$ $u(x_i)$	Ver-teilu ng	Sensitivitäts- koeffizient $c_i$	Unsicherheits-bei trag $u_{i(y)}$
$A_N$	10,000 025 V	$2,53 * 10^{-7} / \sqrt{6} * 10$ V	Normal	$c_{1=1}$	$1,03 * 10^{-6}$ V
$U_{CalN}$	10,000 000 V	$2,5 * 10^{-6} / 2 * 10$ V	Normal	$c_{2=-1}$	$-1,25 * 10^{-5}$ V
$\delta Mess$	0	$5,5 * 10^{-7} / \sqrt{3} * 10$ V	Recht.	$c_{3=1}$	$3,18 * 10^{-6}$ V
$\delta CalN$	0	$1 * 10^{-7} / \sqrt{3} * 10$ V	Recht.	$c_{4=1}$	$5,77 * 10^{-7}$ V
$\Delta CalN$	-0,000 001 V	$1 * 10^{-7} / \sqrt{3} * 10$ V	Recht.	$c_{5=1}$	$5,77 * 10^{-7}$ V
$\delta Auf$	0	$5 * 10^{-5} / \sqrt{3} * 10$ V	Recht.	$c_{6=1}$	$2,89 * 10^{-7}$ V
$\delta Verf$	0	$1 * 10^{-6} / \sqrt{3} * 10$ V	Recht.	$c_{7=1}$	$5,77 * 10^{-6}$ V
<b><math>U_{Diff}</math></b>	<b>0,000 026 V</b>	-	-	-	<b><math>1,42 * 10^{-5}</math> V</b>

Erweiterte Meßunsicherheit mit  $k=2$ :  $U=2*1,42*10^{-5}$  V= $2,84*10^{-5}$  V

Vollständiges Meßergebnis:  $U_{Diff}=(0,000\ 026 \pm 0,000\ 028)$  V

Das Ergebnis sagt aus, dass der Gleichspannungsmesser um 0,000 026 V bei einem Meßwert von 10 V zu hoch mißt.

In  $U_{CalN}$  ist die Unsicherheit der Normalelemente, in Mess das 9930/DVM, in CalN das 335D und in Verf der Teiler enthalten.