9. Wechselstrom

Gegenüber der Gleichstromerzeugung und -messung die ja nur bei 0 Hz funktionieren muß, wird bei Wechselstrom üblicherweise der Frequenzbereich bis 100 kHz erweitert. Daher ist der Wechselstrom relativ schwierig mit kleinen Unsicherheiten zu erzeugen und zu messen. Hier kommen die Probleme der Wechselspannung mit denen des Widerstandes bei höheren Frequenzen und Strömen zusammen. Es muß in diesem Zusammenhang auf die entsprechenden Kapitel verwiesen werden.

9.1 Wechselstromnormale

Die Wechselstromnormale haben ähnliche Eigenschaften und Funktionsweisen wie die Gleichstromnormale. Es gilt auch hier die allgemeine Stromformel:

$$I_{const}(f) = U_0(f) / R_i(f) \qquad (9.1)$$

Das Hauptproblem das man in der Gleichung 9.1 erkennt ist die Frequenzabhänigkeit des Bezugsinnenwiderstands. Daher besteht nicht mehr der lineare frequenzunabhängige Zusammenhang zwischen der Steuerspannung und dem Ausgangsstrom. Auch kann nicht wie bei Gleichstromquellen die Unsicherheit der Spannung vernachlässigt werden. Es gibt hier starke Fehlereinflüsse der komplexen Innen- und Außenwiderstände bei der speisenden Spannungsquelle und der Stromquelle (verstärker) selbst. Der komplexe Lastwiderstand begrenzt zudem meist in Abhängigkeit von Frequenz und Induktivitätsanteil die maximale Ausgangsstromstärke.
Beim dem vollintegrierten Wechselstromnormal mit eingebauter Wechselspannungsquelle, wie es zum Beispiel in einem Universalkalibrator zu finden ist, werden die Spezifikationen für den Ausgang vom Hersteller angegeben. Hierbei ist in Abhängigkeit der Last eine Korrektur, eine Unsicherheitserhöhung oder auch ein nicht erlaubter komplexer Lastbereich in Kauf zu nehmen. Störend macht sich bei Stromgebern mit komplexen Lasten oft die Erhöhung des Klirrfaktors der reinen Sinuswelle bemerkbar. Deswegen muß bei dem Gebrauch von Wechselstromgebern darauf geachtet werden, daß die Lastwiderstände in dem benutzten Frequenzbereich hauptsächlich reell sind. Nach Angaben der Hersteller gibt es Obergrenzen für komplexe Lasten, da zum Beispiel die Neigung der Endstufe zum Schwingen beachtet werden muß. Die Grenzen für induktive Lasten liegen zwischen 200µH und 1mH und bei kapazitiven Lasten werden bis zu 10 nF zugestanden. Ungeachtet dieser Grenzen, die eine Unsicherheitserhöhung zur Folge haben, gibt es wie bei Gleichstromquellen die Compliance Voltage, die maximale Regelspannung am Ausgang der Quelle, die eine Obergrenze für bestimmte Ströme bei Induktivitäten in Abhängigkeit von der Frequenz angibt.

U = 2**f*L*I (9.2) I = U / (2**f*L) (9.3)

Beispiel: U(Compliance)=3V; L=30µH; f=800Hz; 1500Hz; 3000Hz. Mit Gleichung 9.3 lassen sich die maximal erlaubten Ströme bei der 30µH Last berechnen: 19.9A; 10.6A ; 5.3A.

Natürlich bestimmt entscheidend der Realteil einer komplexen Last den gesamten Spannungsabfall. In diesem Fall ist die Gleichung 9.4 anzuwenden.

$$Z = \sqrt{R^2 + (2 * \pi * f * L)^2} \qquad (9.4)$$

Ein sehr unerwünschter Effekt bei Wechselstromquellen ist die Frequenzabhängigkeit des Innenwiderstands. Allgemein kann man sagen, daß mir steigender Frequenz der Innenwiderstand sinkt. In einem doppelt-logarithmischen Diagramm (x-Ri;y-f) ergibt dies eine nach rechts abfallende Grade. So kann der Widerstand von 1MOhm bei 1Hz bis auf 1kOhm bei

1kHz sinken. Es verringert sich der Widerstandswert pro Frequenzdekade um den Faktor 10. Messen kann man den Innenwiderstand beispielsweise, in dem man das Verhältnis des Ausgangsstromes mit einer am Ausgang angelegten Spannung bestimmt. So wie sich der Innenwiderstand verringert, so steigt der Fehler der Stromquelle bei konstanter Last, wie dies ja schon im Zusammenhang mit der Gleichung 7.4 gezeigt wird. Wenn man die Gleichung 7.4 ($I_0=U_0/(R_i+R_L)$) total nach den beiden Widerständen differenziert und durch sich selbst teilt, erhält man die relative Abweichung des Stromes in Abhängigkeit der beiden Widerstandsänderungen.

$$\Delta I_R = -\left(\frac{\Delta R_i}{R_i+R_L} + \frac{\Delta R_l}{R_i+R_L}\right) \qquad (9.5)$$

Mit dieser Gleichung werden nur die Widerstandsänderungen von der Last und von der Quelle berücksichtigt. Für R muß man für den komplexen Rechenfall den Betrag des jeweils gesamten Widerstandes ansetzen. Das negative Vorzeichen gibt an, daß der Strom bei einer positiven Widerstandsänderung kleiner wird, da im gesamten Stromkreis der Widerstand zunimmt.

Beispiel: R_i=100kOhm; R_L=dR_L=100Ohm; dR_i=0. Bei der Annahme von keiner Innenwiderstandsänderung ergibt Gleichung 9.5: dI = - 100/(100E3+100) = - 0.000999001 (relativ | bezogen 1A) siehe auch Seite 7-2.

Der Idealfall, der in dem Beispiel zu Grunde gelegt wurde, ist R_L=0 Ohm. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da eine Stromquelle für diesen Fall spezifiziert wird und mit jeder Widerstandslast abhängig von ihrem eigenen Innenwiderstand ihren Stromwert geringfügig ändert. So kann man für eine rein induktive Last von ca 100µH zeigen, daß der Stromfehler wegen der oben beschriebenen Frequenzabhängigkeit des Innenwiderstandes pro Frequenzdekade auf einem doppelt-logarithmischen Diagramm linear um den Faktor 100 steigt.

Beispiel: mit ca. 100µH: bei 100Hz =>0.001% Fehler; bei 1000Hz =>0.1% Fehler

Zusätzlich kommen wie bei Gleichstrom noch zusätzliche Lastregelfehler (Load Regulation) hinzu, die nicht weiter behandelt werden und in den Herstellerspezifikationen angegeben sind. Früher gab es einfache Stromgeber, die nur bei 50 Hz-Netzfrequenz funktionierten, wie das HP 6920A mit einer Unsicherheit von ca. 0,4 %. Meistens werden zur Bereitstellung von Wechselströmen die Universalkalibratoren (Kap. 10) verwendet, deren Spezifikationen für 90 Tage gerundet und zusammengefaßt etwa so aussehen:

Bereich	Frequenz	Unsicherheit±(ppm+A)
220 µA u.	10Hz ... 40Hz	300+ 30 nA
2.2 mA	40Hz ... 1kHz	140+ 20 nA
	1kHz ... 5kHz	400+ 300 nA
	5kHz ... 10kHz	4400+4 µA
22 mA	s.o.	300+ 300 nA
		140+ 400 nA
		400+ 3 µA
		4400+20 µA
220 mA	s.o.	300+ 4 µA
		300+ 4 µA
		400+ 20 µA
		4400+50 µA
2.2 A	s.o.	450+ 60 µA
		450+ 60 µA
		600+ 90 µA
		9000+200 µA

11 A	40Hz ... 1kHz	400+ 170 µA
	1kHz ... 5kHz	850+ 380 µA
	5kHz ... 10kHz	3300+750 mA

Für den in Kapitel 7 beschriebenen Transkonduktanzverstärker von Fluke (5220A) gelten im Bereich 0 A bis 20 A die Unsicherheiten: ±(0.05% + 1mA) von 30 Hz bis 1 kHz und ±(0.05% + 1mA)*f von 1kHz bis 5kHz mit f in kHz. Hierin ist die Wechselspannungsunsichenheit für die Eingangsspannung nicht enthalten und muß daher hinzuaddiert werden.

9.2 Wechselstrommessung

Für die Wechselstrommessung gelten die selben Grundüberlegungen wie für die Gleichstrommessung, allerdings sind hier die Probleme wegen der Frequenzkomponente erheblich höher. Dies zeigt sich auch darin, daß die Unsicherheiten noch größer sind, wie die der Wechselspannungsmessung. Die Strommessung mit Dreheisenmeßgerät, Bimetallmeßgerät oder über Wechselstromwandler (Trafo) werden wegen ihrer hohen Meßunsicherheit (0.1% bis 2.5%) nicht behandelt. Übrig bleibt damit noch die Strommessung mit Wechselstromshunts und AC-Voltmeter und die Substitutionsmessung mit Thermokonvertern. Die Thermokonverter die je nach Typ zwischen 1.25 mA und 1A Vollausschlag direkt einsetzbar sind, müssen gegen einen bekannten Gleichstrom substituiert werden, da sie wegen ihrer quadratischen Kennlinie sonst nicht zu verwenden sind. Die genaue Beschreibung der Funktionsweise der Themokonverter, die bis in den MHz Bereich einsetzbar sind, findet sich im Kapitel Wechselspannung. Für die Messung mit Wechselstromshunts, die normalerweise in der Praxis angewendet wird, gibt es spezielle Wechselstromwiderstände (Fluke A40;Fluke A90; Fluke Y5020; Ballantine 1625A) im Bereich 100 µA bis 100 A. Diese haben wegen ihres kleinen imaginären Widerstandsanteils einen geringen Frequenzgang, aber sind nicht so auf Präzision gezüchtet wie die Gleichstromwiderstandsnormale. Die genaue Beschreibung mit Frequenzgangkurven befinden sich im Widerstandskapitel. Die Messung mit Wechselstromshunts kann je nach Voltmeter im Direkt- oder Substitutionsverfahren mit geringerer Meßunsicherheit durchgeführt werden. Bei dem Substitutionsverfahren muß man noch unterscheiden zwischen der AC-AC - oder DC-AC - Substitution unterscheiden. Im ersten Fall (AC-AC) wird eine Frequenzgangmessung einer Wechselstromquelle im Verhältnis zu einer niedrigen Bezugsfrequenz (zB. 100Hz) durchgeführt. Da sich der Eingangswiderstand des Voltmeters hierbei nicht ändert, müssen nur die Frequenzgänge des Widerstandes und des Voltmeters beachtet werden. Die obere Frequenz für diese Verfahren liegt bei kleinen Strömen bei 100 kHz und fällt bei 20 A auf 10 kHz. Die Messunsicherheiten der Frequenzgänge von Widerstand und Voltmeter müssen linear addiert werden. Beim zweiten Fall (DC-AC) muß zuerst mit einem bekannten Gleichstrom der Wechselstromwiderstand bestimmt werden. Mit dem gemessenen Gleichspannungsabfall gilt:

$$R = U_0 / I_{DC} \qquad (9.6)$$

Nun kann mit dem bekannten Widerstandswert und der gemessenen Wechselspannung der gesuchte Strom durch Umsetzen der Gleichung 9.6 ermittelt werden. Wenn das Voltmeter bei der Umschaltung zwischen Gleichspannung und Wechselspannung wie beim Fluke 5790A den Innenwiderstand nicht ändert, ist diese Messung ähnlich wie der AC-AC Fall zu behandeln. Bei den meisten Digitalmutimetern ist der Wechselspannungsinnenwiderstand erheblich kleiner, wie der bei Gleichspannungsmessung. So kann es bei großen Shunts zu einem Spannungssprung zwischen den beiden Messungen kommen. Für übliche Voltmeter gilt: R_{inDC} = 10 GOhm ; R_{inAC} = 1MOhm mit 120pF. Durch das Verhältnis R_{inDC} / R_{inAC} = 10000 wird auch das Verhältnis R_s/R_m von Kapitel 7.2 um den Faktor 10000 schlechter. Daher ist der Parallelwiderstand des Voltmeters zum Shunt nicht mehr zu vernachlässigen. Bei konstantem Strom sinkt daher die angezeigte Spannung.

Beispiel: R_s=1000 Ohm; I_{const}=0.01A; Mit Gl. 7.14 => U=10V. Im Gleichspannungsfall: Mit R_m=10 GOhm und Gl. 7.15 => R_{gDC}=999.9999 Ohm und U=9.999999V und $R_s/R_m=1*10^{-7}$. Im Wechselspannungsfall: Mit 1MOhm und Gl. 7.15 => R_{gAC}=999.001 Ohm und U=9.99001V und $R_s/R_m=1*10^{-3}$. Das Verhältnis des Spannungsfehlers bei konstantem Strom ist mit $1*10^{-3}/1*10^{-7}$=10000 so groß wie das Innenwiderstandsverhältnis.

Im Meßfall ist es daher sinnvoll zuerst das R_s/R_m Verhältnis für den Wechselspannungsinnenwiderstand zu bestimmen. Sollte dies günstiger wie $1*10^{-6}$ sein so ist keine Korrektur nötig, da der Gleichstrominnenwiderstand üblicherweise größer ist. Bei der Messung von Wechselströmen im Direktverfahren mit Shunts ist mit einer höheren Meßunsicherheit zu rechnen, da der Widerstandswert des Shunts nicht so präzise bekannt ist wie man dies bei Gleichstromnormalen gewohnt ist. Jedoch sind die Messungen sehr schnell durchzuführen unter Beachtung des Innenwiderstandes des Voltmeters der durch seinen kapazitiven Anteil mit der Frequenz abnimmt. Gegenüber der Vereinfachung aus dem Beispiel von oben gilt:

$$Z_g = \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{R_s}+\frac{1}{R_m})^2+(2*\pi*f*C)^2}} \qquad (9.7)$$

Ohne R_s in der Gleichung 9.7 (C=120pF) zeigt sich eine große Frequenzabhängigkeit von $Z_g=R_{inAC}$.

Frequenz :	1Hz	10Hz	100Hz	1kHz	10kHz	100kHz	1MHz
R_{inAC}Ohm:	0.9999997M	0.999971M	0.99717M	0.79846M	131.48k	13.26k	1.33k

Bei einer Direktkalibrierung von dem AC-Standard Fluke 5790A zusammen mit den Shunts Typ Fluke A40 bei der PTB, ist in den Bereichen 10 mA bis 20 A (10 Hz bis 100 kHz (20kHz)) eine Meßunsicherheit zwischen 40ppm und 150ppm im DC-AC Substitutionsverfahren erreichbar. Bei normalen Messungen mit Shunts in Verbindung mit Multimeter ist mit erheblich höheren Unsicherheiten zu rechnen. Das Voltmeter HP 3458 läßt im Bereich 100µA bis 1A wegen seiner internen Stromwiderstände einfache Messungen zwischen 10 Hz und 100 kHz ab einer Unsicherheit von 0.03%+0.02% (Wert+Bereich) zu. Bei der Fehleranalyse müssen abhängig vom Meßverfahren der Frequenzgangfehler und der Absolutfehler des Widerstandes, als auch der Fehler des Multimeters bei Wechselspannung addiert werden. Auch müssen Anpassungsfehler durch imaginäre Leitungseinflüsse oder Innenwiderstandssprünge, siehe oben, korrigiert werden, oder in die Fehlerrechnung einfließen.

9.3.1 Kalibrierung von Wechselstromquellen

Bei dieser Messung wird der Stromwert eines Prüflings (z.B:Kalibrator) mit dem Meßnormal bestimmt. Die Messung erfolgt über einen Spannungsabfall an einem Stromwiderstand (Shunt) im Zusammenschaltung mit dem 5790A. Als Beispiel werden 1A bei 1kHz bestimmt. Es gelten die folgenden neuen Abkürzungen:

I_P: Meßergebnis des Prüflings - Strom
$\delta Shunt$: Unsicherheit des Stromwiderstandsnormals
I_{CalN}: Stromwert des Normals

Für die Modellfunktion gilt :

$$I_P = A_N + \delta CalN + \Delta CalN + \delta Shunt + \delta Drift + \delta Auf + \delta Verf \qquad (9.8)$$

Hier werden alle Sensitivitätskoeffizienten zu eins.

Größe ($X_{i)}$)	**Schätzwert ($x_{i)}$)**	**Standardmeßunsicherheit $u(x_{i)}$)**	**Ver-teilung**	**Sensitivitäts-koeffizient c_i**	**Unsicherheits-beitrag $u_{i(y)}$**
A_N	1,00034 A	$2,2*10^{-6}/\sqrt{6}*1$ A	Normal	$c_1=1$	$8,98*10^{-7}$ A
$\delta CalN$	0	$30*10^{-6}/2*1$ A	Normal	$c_2=1$	$1,50*10^{-5}$ A
$\Delta CalN$	$19*10^{-6}*1$ A	0	Recht.	$c_3=1$	0 A
$\delta Shunt$	0	$15*10^{-6}/\sqrt{3}*1$ A	Recht.	$c_4=1$	$8,66*10^{-6}$ A
$\delta Drift$	0	$15*10^{-6}/\sqrt{3}*1$ A	Recht.	$c_5=1$	$8,66*10^{-6}$ A
δAuf	0	$5*10^{-7}/\sqrt{3}*1$ A	Recht.	$c_6=1$	$4,04*10^{-7}$ A
$\delta Verf$	0	$9*10^{-6}/\sqrt{3}*1$ A	Recht.	$c_7=1$	$5,20*10^{-6}$ A
I_P	**1,000359 A**	**-**	**-**	**-**	**$2,007*10^{-5}$ A**

Erweiterte Meßunsicherheit mit k=2: U=2*2,007*10^{-5} A=0,00004 A
Vollständiges Meßergebnis: (1,0000359 ± 0,00004) A

9.3.2 Kalibrierung von Wechselstrommessern

Zur Kalibrierung der Meßeinrichtung, zum Beispiel DVM, wird mit einem Bezugsnormal (Kalibrator) eine Messung durchgeführt. Aus sechs Anzeigen ist der Mittelwert 1,00015 A bei 1kHz mit einer relativen Standardabweichung von 1,2*10^{-6} in einer Beispielsmessung ermittelt worden. So läßt sich mit der Modellgleichung die Unsicherheitstabelle erstellen.

Für die Modellfunktion gilt:

$$I_{Diff} = A_N - I_{CalN} + \delta CalN + \Delta CalN + \delta Shunt + \delta Drift + \delta Auf + \delta Verf \quad (9.9)$$

Die Ergebnisse für die alle Sensitivitätskoeffizienten sind im Betrag gleich eins.

Die Funktionsgleichung 9.9 auf dieses Beispiel angewendet, ergibt das folgende Messunsicherheitsbudget:

Größe (X_{i})	**Schätzwert (x_{i})**	**Standardmeßunsicherheit $u(x_{i})$**	**Ver-teilung**	**Sensitivitäts-koeffizient c_i**	**Unsicherheits-beitrag $u_{i(y)}$**
I_{CallN}	1,0001 A	$0{,}5*10^{-6}/\sqrt{6}*1$ A	Normal	c_2=-1	$-2{,}04*10^{-7}$ A
A_N	1,00015 A	$1{,}2*10^{-6}/\sqrt{6}*1$ A	Normal	c_1=1	$4{,}90*10^{-7}$ A
$\delta CalN$	0	$30*10^{-6}/2*1$ A	Normal	c_3=1	$1{,}5*10^{-5}$ A
$\Delta CalN$	$19*10^{-6}*1$ A	0	Recht.	c_4=1	0 A
$\delta Drift$	0	$15*10^{-6}/\sqrt{3}*1$ A	Recht.	c_5=1	$8{,}66*10^{-6}$ A
$\delta Shunt$	0	$15*10^{-6}/\sqrt{3}*1$ A	Recht.	c_6=1	$8{,}66*10^{-6}$ A
δAuf	0	$5*10^{-7}/\sqrt{3}*1$ A	Recht.	c_7=1	$4{,}04*10^{-7}$ A
$\delta Verf$	0	$9*10^{-6}/\sqrt{3}*1$ A	Recht.	c_8=1	$5{,}20*10^{-6}$ A
I_{Diff}	**0,000069 A**	**-**	**-**	**-**	**$2{,}006*10^{-5}$ A**

Erweiterte Meßunsicherheit mit k=2: $U=2*2{,}0*10^{-5}$ A=0,00004 A
Vollständiges Meßergebnis: (0,000069 ± 0,00004) A
Das Ergebnis sagt aus, dass der Gleichstrommesser um 0,000069 A bei einem Meßwert von 1 A zu hoch mißt.